

Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états découplés

Rodolfo Orjuela, Didier Maquin et José Ragot

Centre de Recherche en Automatique de Nancy
UMR7039, Nancy-Université, CNRS
2, Avenue de la forêt de Haye
54516 Vandœuvre-Lès-Nancy Cedex, France

Journées Identification et Modélisation Expérimentale
16 et 17 Novembre, Poitiers, 2006

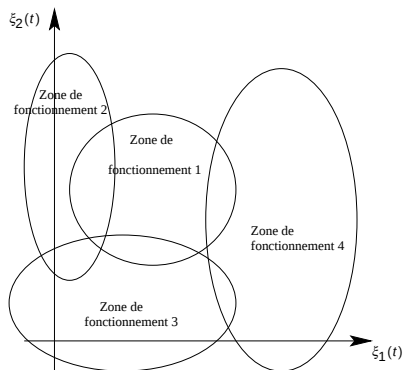


Objectif

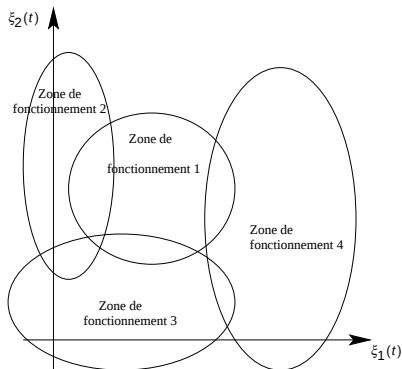
Obtenir un modèle d'un système non-linéaire valable dans un large domaine de fonctionnement

Problématique

- Caractérisation globale d'un S.N.L. difficile avec un modèle unique
- Complexité mathématique du modèle importante
- Utilisation directe du modèle limitée

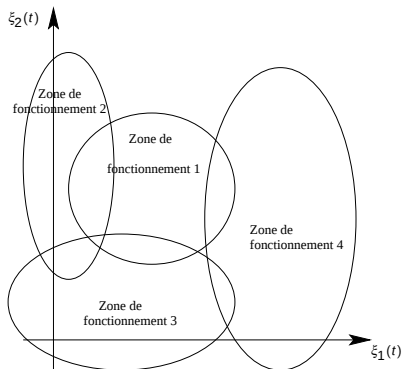


Approche multi-modèle



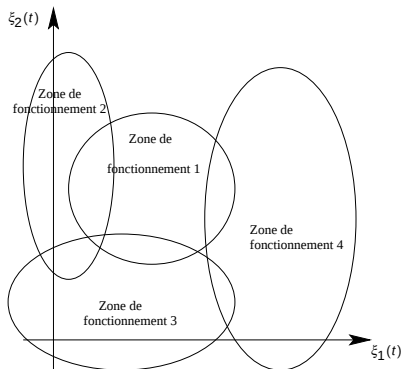
Approche multi-modèle

- Décomposition en zones de fonctionnement



Approche multi-modèle

- Décomposition en zones de fonctionnement
- Un sous-modèle simple modélise chaque zone



Approche multi-modèle

- Décomposition en zones de fonctionnement
- Un sous-modèle simple modélise chaque zone
- Agrégation judicieuse des sous-modèles

- 1 Structures des multi-modèles
 - Structure à états couplés
 - Structure à états découplés
- 2 Procédure d'estimation paramétrique
- 3 Exemple d'identification
- 4 Identification du four à gaz de Box et Jenkins
- 5 Conclusion et perspectives

- 1 Structures des multi-modèles
 - Structure à états couplés
 - Structure à états découplés
- 2 Procédure d'estimation paramétrique
- 3 Exemple d'identification
- 4 Identification du four à gaz de Box et Jenkins
- 5 Conclusion et perspectives

- 1 Structures des multi-modèles
 - Structure à états couplés
 - Structure à états découplés
- 2 Procédure d'estimation paramétrique
- 3 Exemple d'identification
- 4 Identification du four à gaz de Box et Jenkins
- 5 Conclusion et perspectives

- 1 Structures des multi-modèles
 - Structure à états couplés
 - Structure à états découplés
- 2 Procédure d'estimation paramétrique
- 3 Exemple d'identification
- 4 Identification du four à gaz de Box et Jenkins
- 5 Conclusion et perspectives

- 1 Structures des multi-modèles
 - Structure à états couplés
 - Structure à états découplés
- 2 Procédure d'estimation paramétrique
- 3 Exemple d'identification
- 4 Identification du four à gaz de Box et Jenkins
- 5 Conclusion et perspectives

Structures des multi-modèles

Structure classique

Multi-modèle à états couplés

$$x_i(k+1) = A_i \hat{x}(k) + B_i u(k) + D_i$$

$$\hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) x_i(k+1)$$

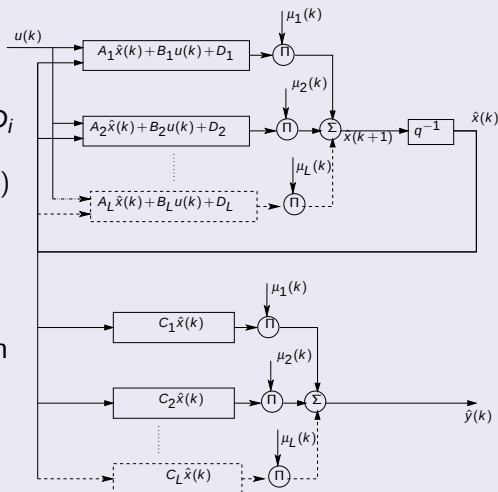
$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) C_i \hat{x}(k)$$

$\mu_i(\xi(k))$: fonction de pondération

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) = 1 \quad \forall k$$

ξ : variable d'indexation

$$\xi(k) = u(k)$$



Structure classique

Multi-modèle à états couplés

$$x_i(k+1) = A_i \hat{x}(k) + B_i u(k) + D_i$$

$$\hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) x_i(k+1)$$

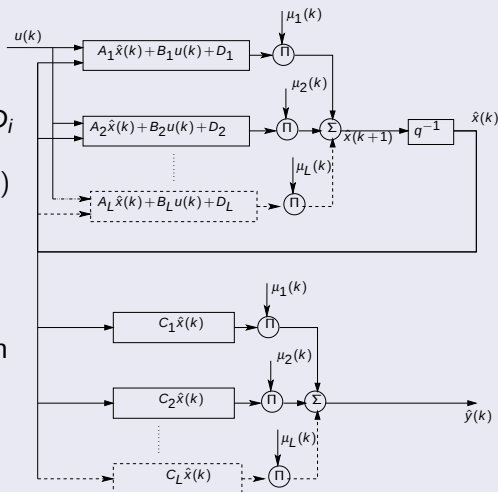
$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) C_i \hat{x}(k)$$

$\mu_i(\xi(k))$: fonction de pondération

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) = 1 \quad \forall k$$

ξ : variable d'indexation

$$\xi(k) = u(k)$$



Structure classique

Multi-modèle à états couplés

$$x_i(k+1) = A_i \hat{x}(k) + B_i u(k) + D_i$$

$$\hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) x_i(k+1)$$

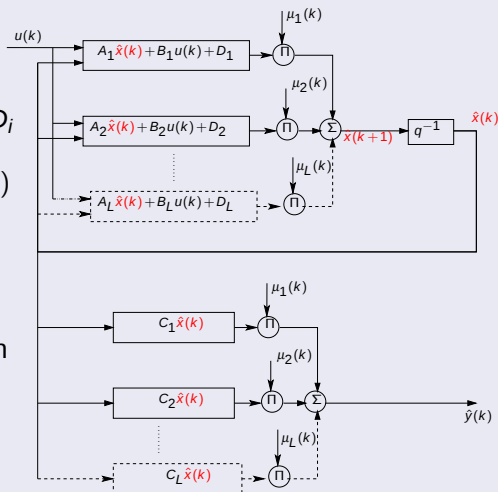
$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) C_i \hat{x}(k)$$

$\mu_i(\xi(k))$: fonction de pondération

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) = 1 \quad \forall k$$

ξ : variable d'indexation

$$\xi(k) = u(k)$$



Structure classique

Multi-modèle à états couplés

$$\hat{x}(k+1) = \tilde{A}\hat{x}(k) + \tilde{B}u(k) + \tilde{D}$$

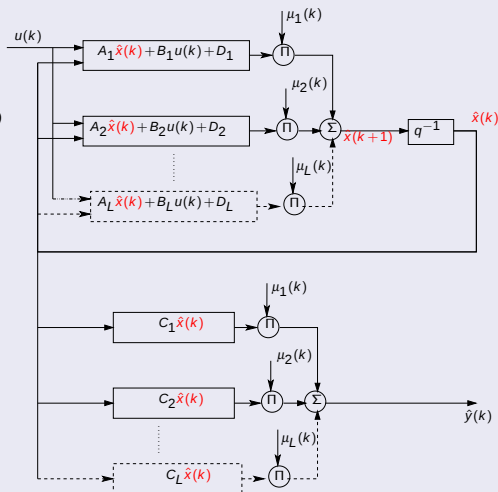
$$\hat{y}(k) = \tilde{C}\hat{x}(k)$$

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) A_i$$

$$\tilde{B} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) B_i$$

$$\tilde{D} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) D_i$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) C_i$$



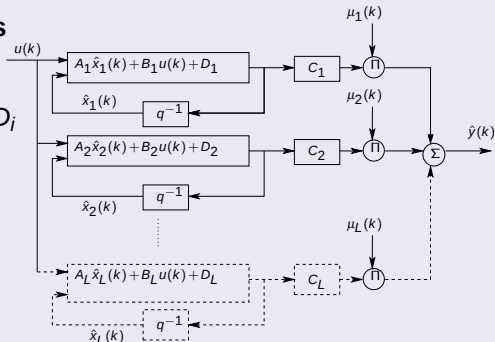
Nouvelle structure

Multi-modèle à états découplés

$$\hat{x}_i(k+1) = A_i \hat{x}_i(k) + B_i u(k) + D_i$$

$$\hat{y}_i(k) = C_i \hat{x}_i(k)$$

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) \hat{y}_i(k)$$



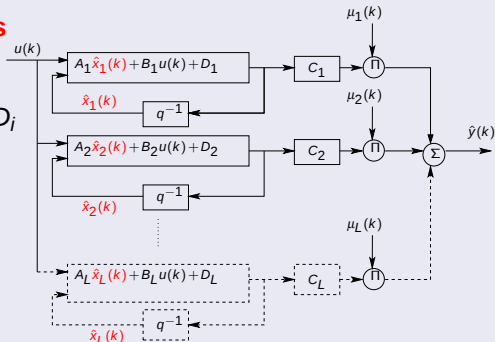
Nouvelle structure

Multi-modèle à états découplés

$$\hat{x}_i(k+1) = A_i \hat{x}_i(k) + B_i u(k) + D_i$$

$$\hat{y}_i(k) = C_i \hat{x}_i(k)$$

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) \hat{y}_i(k)$$



Structures des multi-modèles

Multi-modèle à états couplés

- Un état global $\hat{x}$ qui couple les états $\hat{x}_i$ de sous-modèles
- Un même ordre de sous-modèles
- Mélange entre les paramètres des sous-modèles

Multi-modèle à états couplés

- Un état global $\hat{x}$ qui couple les états $\hat{x}_i$ de sous-modèles
- Un même ordre de sous-modèles
- Mélange entre les paramètres des sous-modèles

Multi-modèle à états découplés

- La sortie globale du M.M. est la somme pondérée des sorties de sous-modèles
- L'espace d'état des sous-modèle est indépendant
- L'ordre de sous-modèles peut être différent

Procédure d'estimation paramétrique

Élaboration d'un multi-modèle

Élaboration d'un multi-modèle

- 1 Décomposition de l'espace de fonctionnement en un nombre de zones de fonctionnement

Élaboration d'un multi-modèle

- 1 Décomposition de l'espace de fonctionnement en un nombre de zones de fonctionnement
- 2 Agrégation des sous-modèles

Élaboration d'un multi-modèle

- 1 Décomposition de l'espace de fonctionnement en un nombre de zones de fonctionnement
- 2 Agrégation des sous-modèles
- 3 Détermination des paramètres de chaque sous-modèle

Élaboration d'un multi-modèle

- 1 Décomposition de l'espace de fonctionnement en un nombre de zones de fonctionnement
- 2 Agrégation des sous-modèles
- 3 Détermination des paramètres de chaque sous-modèle

Problème lié à l'identification

Identifier les paramètres de L sous-modèles d'un **multi-modèle à états découplés** partir de données entrée/sortie d'un système SISO et connaissant les fonctions de pondération $\mu_i(\xi)$

Algorithme de Gauss-Newton amélioré

Procédure itérative de minimisation d'un critère J

$$\theta^+ = \theta - \Delta(H + \lambda I)^{-1}G$$

- θ vecteur de paramètres à une itération particulière
- θ^+ cette même valeur à l'itération suivante
- $H = \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}$ la matrice hessienne
- $G = \frac{\partial J}{\partial \theta}$ le vecteur gradient
- Δ coefficient de relaxation
- λ paramètre de régularisation (algorithme de Marquardt)

Critères d'estimation

Critères d'estimation

- Le critère global :

$$J_G = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\hat{y}(k) - y(k))^2$$

Critères d'estimation

- Le critère global :

$$J_G = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\hat{y}(k) - y(k))^2$$

- Le critère local :

$$J_L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \mu_i(\xi(k)) (\hat{y}_i(k) - y(k))^2$$

Critères d'estimation

- Le critère global :

$$J_G = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\hat{y}(k) - y(k))^2$$

- Le critère local :

$$J_L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \mu_i(\xi(k)) (\hat{y}_i(k) - y(k))^2$$

- Le critère combiné ou mixte :

$$J_C = \alpha J_G + (1 - \alpha) J_L \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Calcul du G

$$G_G = \frac{\partial J_G}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^N \varepsilon(k) \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta} \quad \varepsilon(k) = \hat{y}(k) - y(k)$$

$\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta}$ fonctions de sensibilité de premier ordre

Calcul du H

$$H_G = \frac{\partial^2 J_G}{\partial \theta \partial \theta^T} = \sum_{k=1}^N \underbrace{\varepsilon(k)}_{\rightarrow 0} \frac{\partial^2 \hat{y}(k)}{\partial \theta \partial \theta^T} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta^T}$$

$$H_G \approx \sum_{k=1}^N \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta^T}$$

Fonction de sensibilité

Vecteur de paramètres

$\theta = [\theta_1 \dots \theta_p \dots \theta_L]^T$ vecteur paramètres multi-modèle

$\theta_p = [\theta_{p,1} \dots \theta_{p,q} \dots \theta_{p,q_p}]^T$ vecteur paramètres sous-modèle p

Fonctions de sensibilité

$$\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) \frac{\partial \hat{y}_i(k)}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \hat{y}_i(k)}{\partial \theta_{p,q}} = \frac{\partial C_i}{\partial \theta_{p,q}} \hat{x}_i(k) + C_i \frac{\partial \hat{x}_i(k)}{\partial \theta_{p,q}}$$

$$\frac{\partial \hat{x}_i(k+1)}{\partial \theta_{p,q}} = \frac{\partial A_i}{\partial \theta_{p,q}} \hat{x}_i(k) + A_i \frac{\partial \hat{x}_i(k)}{\partial \theta_{p,q}} + \frac{\partial B_i}{\partial \theta_{p,q}} u(k) + \frac{\partial D_i}{\partial \theta_{p,q}}$$

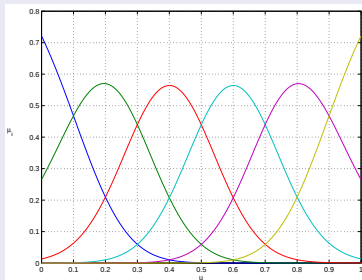
Exemple d'identification

Exemple d'identification

Modèle non linéaire

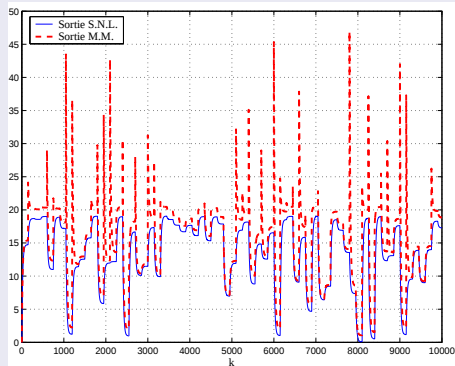
$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + \sin(\gamma u(k))(\beta - u(k)), \\y(k) &= x(k), \\A &= 0.95, \quad \gamma = 0.8\pi, \quad \beta = 1.5\end{aligned}$$

Fonctions de pondération



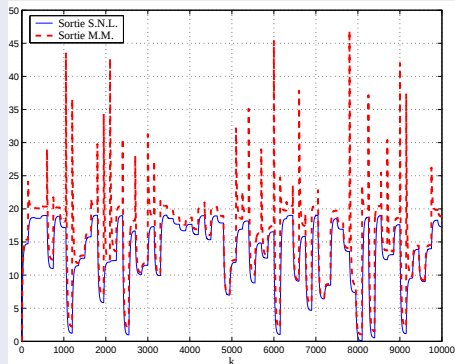
Résultats linéarisation

Résultats linéarisation

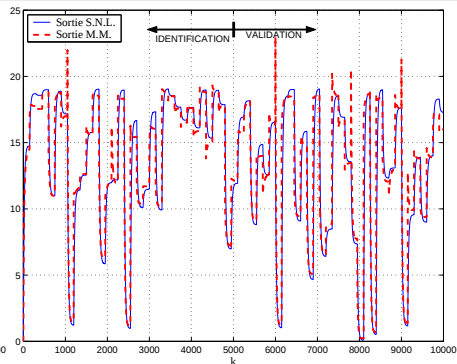


Exemple d'identification

Résultats linéarisation



Résultats Identification



Problème de décrochage

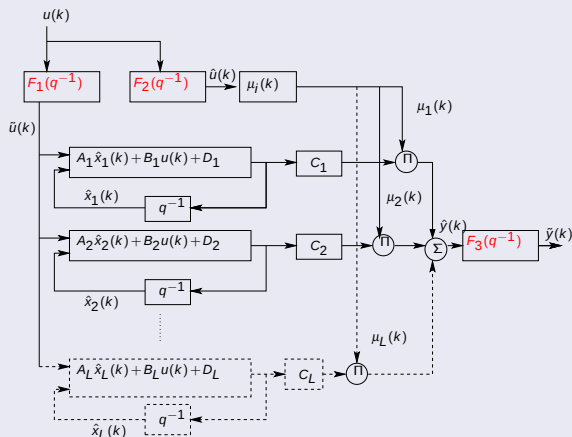
Problème de conditions initiales sur les sorties des sous-modèles quand elles sont mises à contribution

- Un décrochage apparaît si les sorties mises à contribution sont éloignées
- Le décrochage diminue si les sorties des sous-modèles sont proches
- Le décrochage disparaît complètement si elles sont identiques

Solutions

- Mélanger fortement les fonctions de pondération
- Augmenter le nombre des sous-modèle
- Modifier la structure du multi-modèle

Nouvelle structure



$$\hat{x}_i(k+1) = A_i \hat{x}_i(k) + B_i \tilde{u}(k) + D_i$$

$$\hat{y}_i(k) = C_i \hat{x}_i(k)$$

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(k)) \hat{y}_i(k) \text{ avec } \xi(k) = \hat{u}(k)$$

$$\tilde{u}(k) = F_1(q^{-1})u(k)$$

$$\hat{u}(k) = F_2(q^{-1})u(k)$$

$$\hat{y}(k) = F_3(q^{-1})\tilde{y}(k)$$

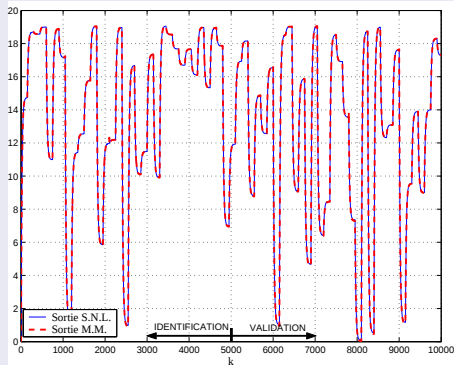
$$\tilde{u}(k+1) = \alpha_1 \tilde{u}(k) + (1 - \alpha_1)u(k+1)$$

$$\hat{u}(k+1) = \alpha_2 \hat{u}(k) + (1 - \alpha_2)u(k+1)$$

$$\hat{y}(k+1) = \alpha_3 \hat{y}(k) + (1 - \alpha_3)\tilde{y}(k+1)$$

$\hat{y}$ est la nouvelle sortie du multi-modèle

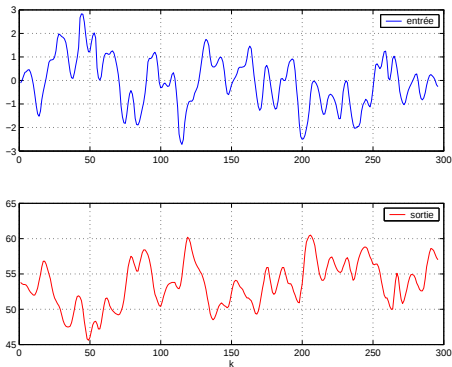
Décrochage



Méthode	J_G
Linéarisation	7.99×10^4
Estimation sans filtrage	1.46×10^4
Estimation avec filtrage	21.72

Identification du four à gaz de Box et Jenkins

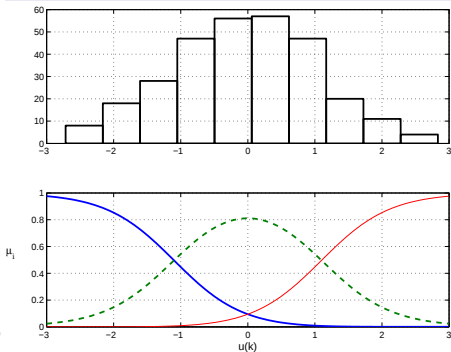
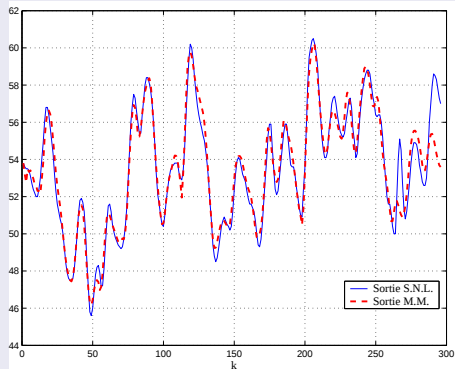
Identification du four à gaz de *Box et Jenkins*



- Entrée : débit du méthane
- Sortie : concentration du gaz CO_2

Identification du four à gaz de *Box et Jenkins*

Résultats Identification



Conclusion

- Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états locaux découplés
- Un phénomène de décrochage a été mis en évidence et une solution a été suggérée afin de l'éliminer

Perspectives

- Recherche de la dimension du multi-modèle à états découplés
- Optimisation des fonctions de pondération μ_i

merci