



Congrès de la Société de l'Industrie Minérale

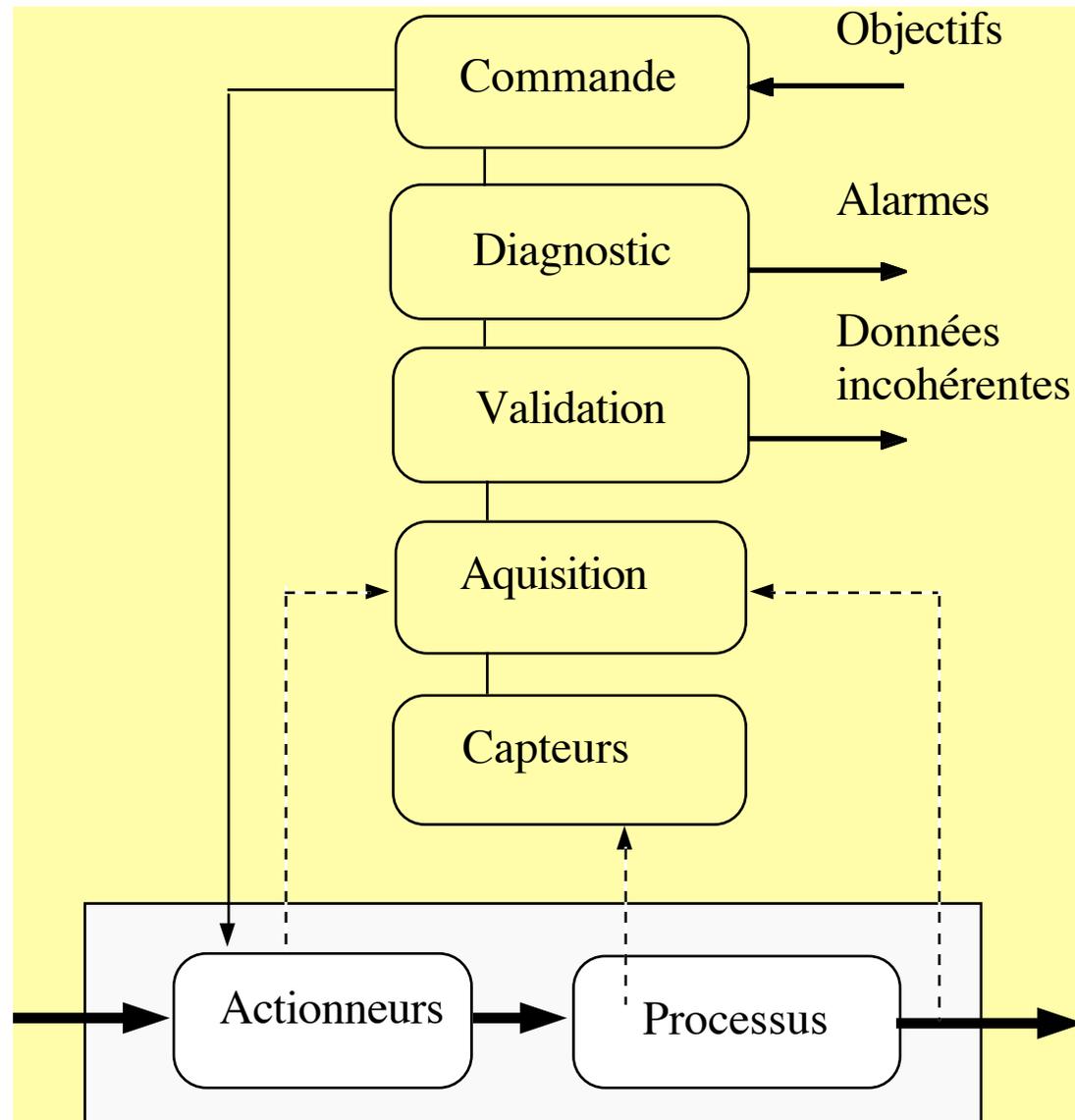
Validation et réconciliation de mesures en minéralurgie.
Historique et approches nouvelles

José RAGOT et Didier MAQUIN

Ecole Nationale Supérieure de Géologie
Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN UMR 7039)
Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL)



Redondance matérielle et analytique



Plan

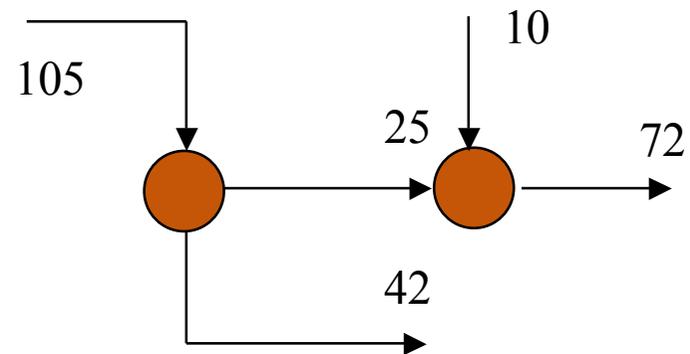
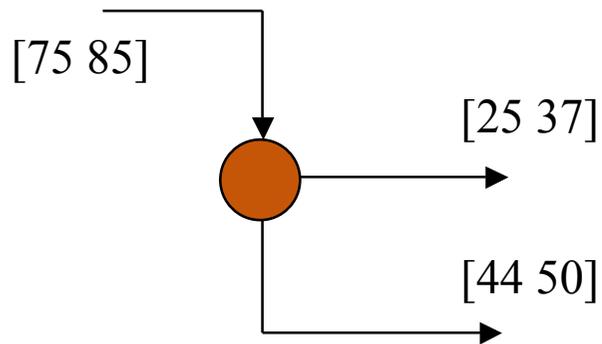
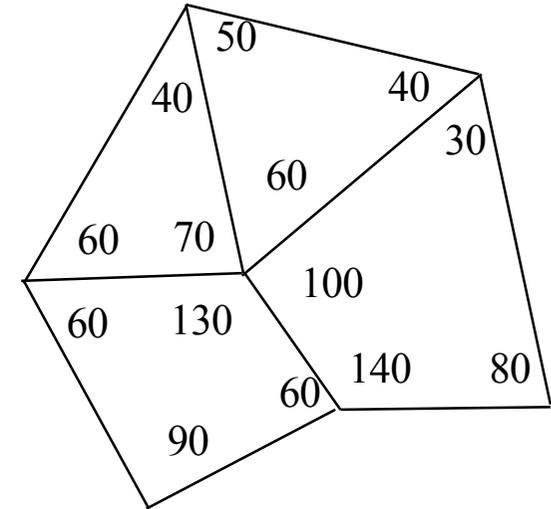
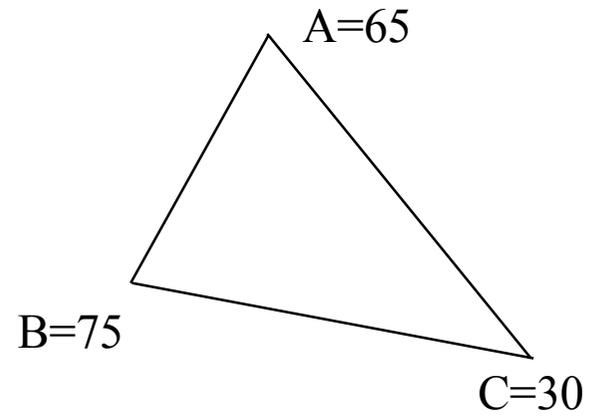
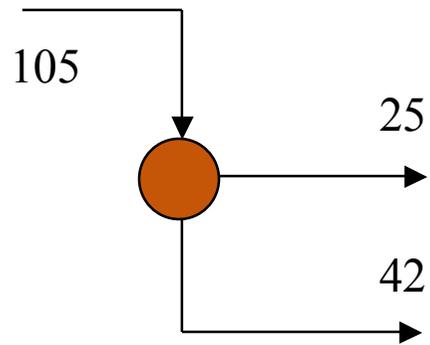
- Introduction

- Validation de mesures
- Redondance matérielle et logicielle
- Difficultés

- Systèmes incertains. Approche ensembliste
- Réconciliation robuste vis-à-vis des valeurs aberrantes
- Distribution des erreurs de type « contaminée »

- Conclusion

Redondance matérielle et analytique



Les différents points de vue de la réconciliation de données

Contenu de la Validation de Données

- Détection de mesures aberrantes
- Détection des informations redondantes
- Localisation et caractérisation des valeurs aberrantes
- Correction des mesures aberrantes
- Conception de schémas d'instrumentation
- Aide au diagnostic

Exemple de formalisation simple

Relation entre densité et pour-cent solide d'une pulpe

modèle $\rho^* = 1.588 \frac{1}{d^*}$

mesures $d_m = 1.2$
 $\rho_m = .25$

test de cohérence $\rho_m - 1.588 \frac{1}{d_m} = 0.015$

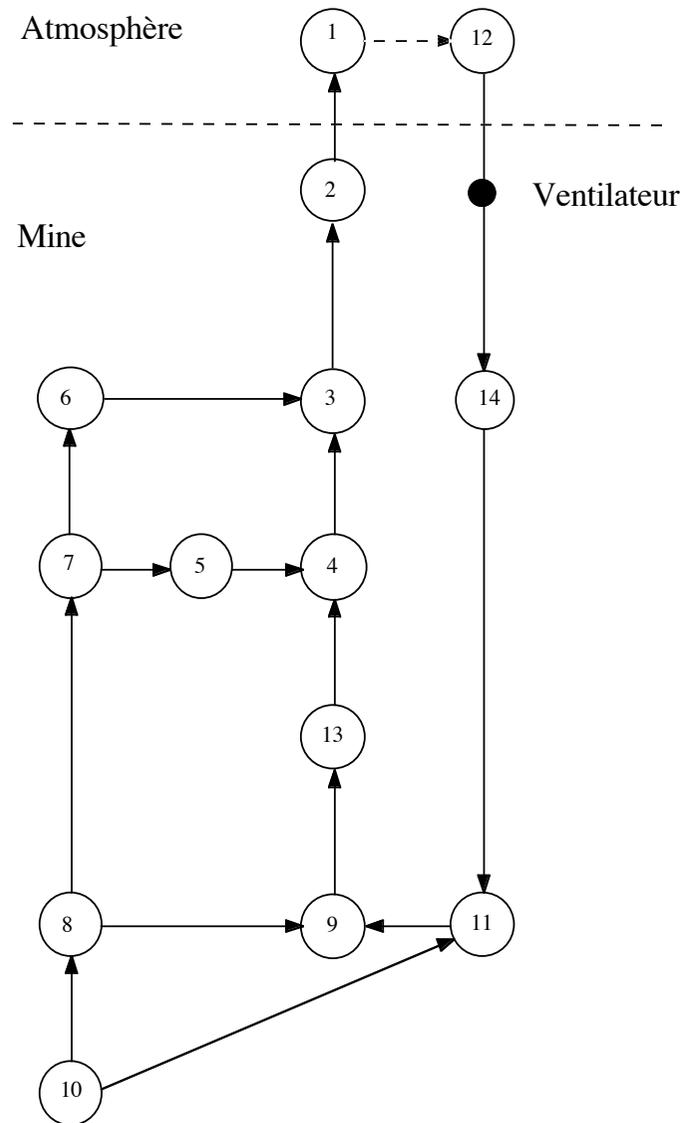
Réconciliation des mesures

$$\rho - 1.588 \frac{1}{\hat{d}} = 0$$

$$\rho = (\rho - \rho_m)^2 + (\hat{d} - d_m)^2$$

min $\rho \rightarrow (\rho, \hat{d})$

Exemple : aérage de mines



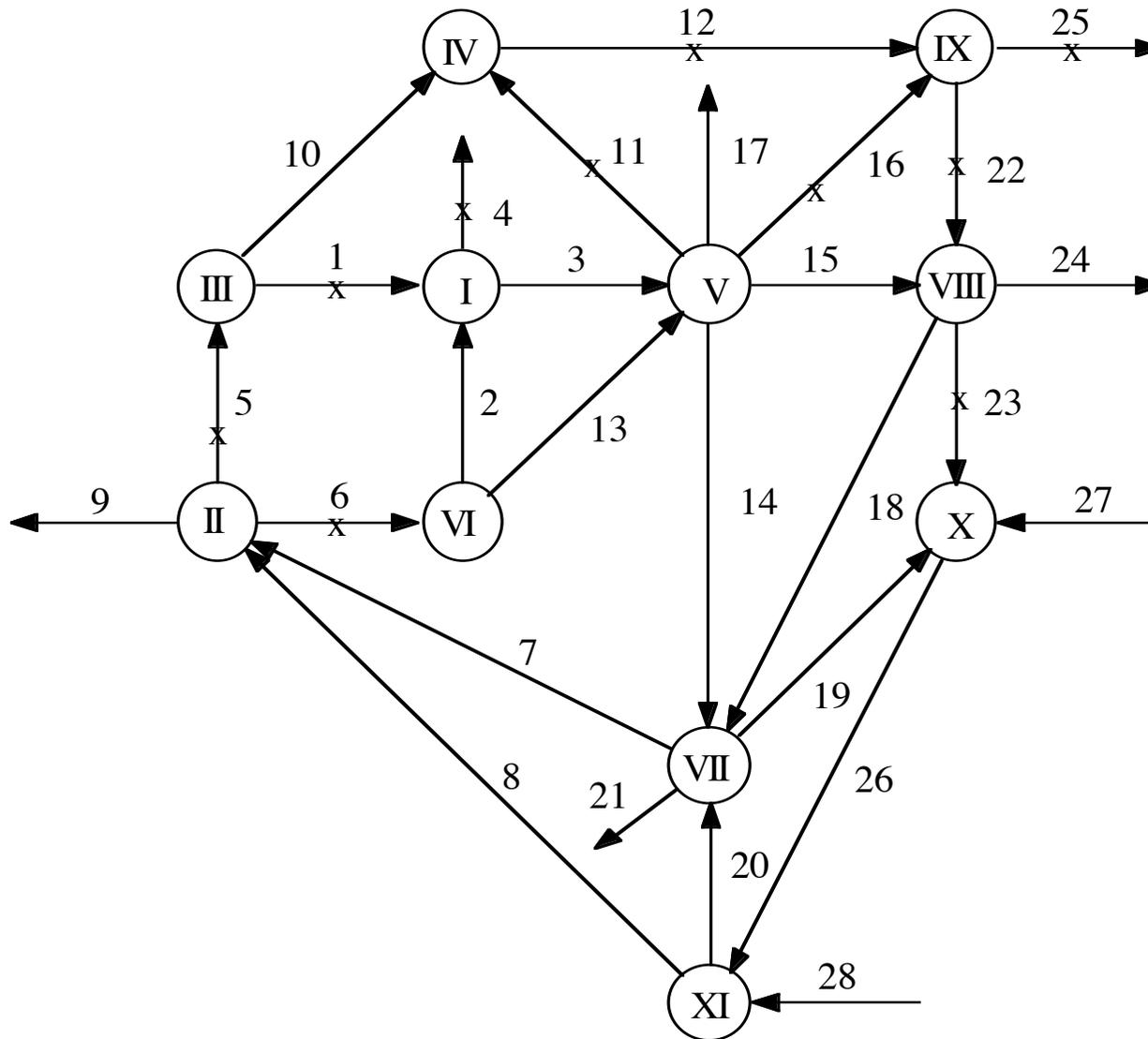
Modèle :

- **Nœud** $\sum_i q_i = 0$

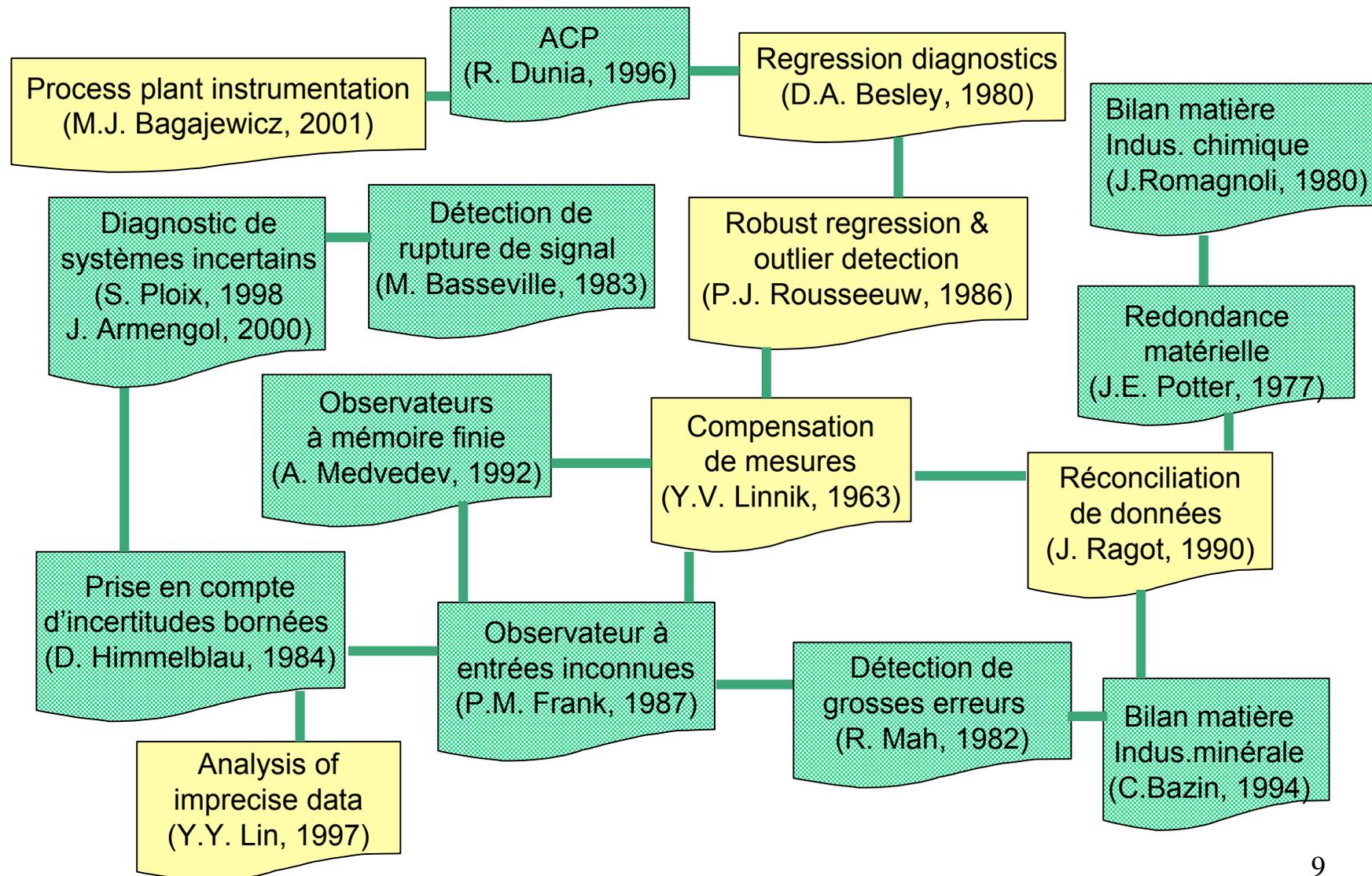
- **Maille** $\sum_j \Delta p_j = 0$

- **Arc** $q_i = K \sqrt{\Delta p_i}$

Exemple : concentration chimique



Historique des méthodes de validation



Validation de données

Principe de base

Toute procédure de validation de données procède nécessairement de tests de cohérence entre ces mesures et des connaissances a priori (modèles de comportement Bon Fonctionnement et / ou Mauvais Fonctionnement)

Principe de la réconciliation

Hypothèses

$$Ax^* = 0$$

$$y = Cx^* + e$$

$$P(e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Dét}(V)}} e^{-\frac{1}{2} e^T V e}$$

Fonction de vraisemblance

$$\ell(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Dét}(V)}} e^{-\frac{1}{2} (y - Cx)^T V^{-1} (y - Cx)}$$

Solution

$$\hat{x} = P(A, C, V)y$$

Cas particulier : C=I

$$\hat{x} = (I + VM^T(MVM^T)^{-1}M)y$$

Principe de la réconciliation et difficultés

Hypothèses

$$Ax^* = 0$$

$$y = Cx^* + e$$

$$P(e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Dét}(V)}} e^{-\frac{1}{2}e^T V e}$$

Difficultés

- observabilité $\text{rang} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix}$
- variance non connue
- hypothèse de normalité ?
- précision du modèle ?

Principe de la réconciliation et diagnostic

Hypothèses

$$Ax^* = 0$$

$$y = Cx^* + e$$



Diagnostic a priori : analyse de résidus

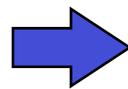
$$r = y - C\hat{x}$$

Réconciliation de mesures : cas général

◆ Formulation du problème et hypothèses

$$\begin{array}{l} \square x \\ \square \\ \square f(x) = 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \square x_m = x + \square \\ \square \\ \square f(x_m) \neq 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \square \min \|\hat{x} - x_m\|^2 \\ \square \\ \square f(\hat{x}) = 0 \end{array}$$

◆ Application au diagnostic : génération de résidus



$$\begin{array}{l} \square r_i = \hat{x} - x_m \\ \square \\ \square r_d = f(x_m) \end{array}$$

◆ Difficultés

$$\begin{array}{l} \square x_m = h(x) + \square \\ \square \\ \square f(x, \square) = 0 \end{array}$$

Rang h ?

Régularité ?
Problèmes inverses ?

Paramètres incertains ?

Difficulté : variables partiellement mesurées

Modèle du système

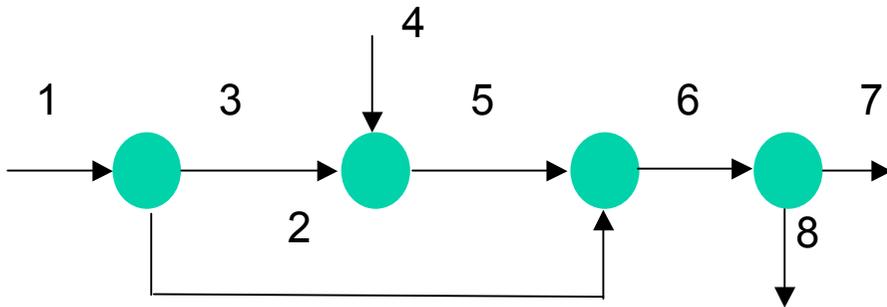
$$x1 - x2 - x3 = 0$$

$$x3 + x4 - x5 = 0$$

$$x2 + x5 - x6 = 0$$

$$x6 - x7 - x8 = 0$$

Mesures : $x1, x2, x4, x6$



Matrice de tous les cycles

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	.	1	1
2	.	1	1	.	1	.	.	.
3	1	1	.	.	.	1	1	.
4	1	1	.	.	.	1	.	1
5	1	1	.	1	1	.	.	.
6	.	1	1	1
7	.	1	1	1	.	1	.	1
8	1	.	1	.	1	1	1	.
9	1	.	1	.	1	1	.	1
10	1	1
11	.	.	.	1	1	1	1	.
12	.	.	.	1	1	1	.	1

Difficulté : variables partiellement mesurées

Règles

R1 - une variable \bar{m} est estimable ssi elle appartient à des cycles contenant au moins une variable mesurée.

R2 - R3 - R4 -

$$L_m = \{1, 2, 4, 6\}$$



$$L_{me} = \{1, 4, 6\}$$

$$L_{\bar{m}e} = \{3, 5\}$$

$$L_{m\bar{e}} = \{2\}$$

$$L_{\bar{m}\bar{e}} = \{7, 8\}$$

Matrice de tous les cycles

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	<i>I</i>	.	1	<i>I</i>
2	.	<i>I</i>	1	.	1	.	.	.
3	<i>I</i>	<i>I</i>	.	.	.	<i>I</i>	1	.
4	<i>I</i>	<i>I</i>	.	.	.	<i>I</i>	.	1
5	<i>I</i>	<i>I</i>	.	<i>I</i>	1	.	.	.
6	.	<i>I</i>	1	<i>I</i>
7	.	<i>I</i>	1	<i>I</i>	.	<i>I</i>	.	1
8	<i>I</i>	.	1	.	1	<i>I</i>	1	.
9	<i>I</i>	.	1	.	1	<i>I</i>	.	1
10	1	1
11	.	.	.	<i>I</i>	1	<i>I</i>	1	.
12	.	.	.	<i>I</i>	1	<i>I</i>	.	1

Difficulté : présence de grosses erreurs de mesure

Modèle du système

$$\begin{aligned} & 0.0045x_1x_2^2 - x_3 = 0 \\ & x_3 - 280.85 \frac{x_2}{x_4} = 0 \\ & x_4 - \log x_6 - x_6^2 x_5 = 0 \\ & x_6^2 - x_6 x_7 - x_8 = 0 \end{aligned}$$

Mesures

$$x = (7.2 \quad 60.3 \quad 173.1 \quad 141.5 \quad 0.04 \quad 77.5 \quad 58.0 \quad 95.6)$$

Calcul des résidus de modèle à partir des mesures

$$\begin{aligned} R_1 &= 0.0045x_1x_2^2 - x_3 \\ R_2 &= x_3 - 280.85 \frac{x_2}{x_4} \\ R_3 &= x_4 - \log x_6 - x_6^2 x_5 \\ R_4 &= x_6^2 - x_6 x_7 - x_8 \end{aligned}$$

Analyse de résidus

Difficulté : présence de grosses erreurs de mesure

$$x = (7.2 \quad 60.3 \quad 173.1 \quad 141.5 \quad 0.04 \quad 77.5 \quad 58.0 \quad 95.6)$$

$$R_1 = 0.0045x_1x_2^2 \square x_3$$

$$R_2 = x_3 \square 280.85 \frac{x_2}{x_4}$$

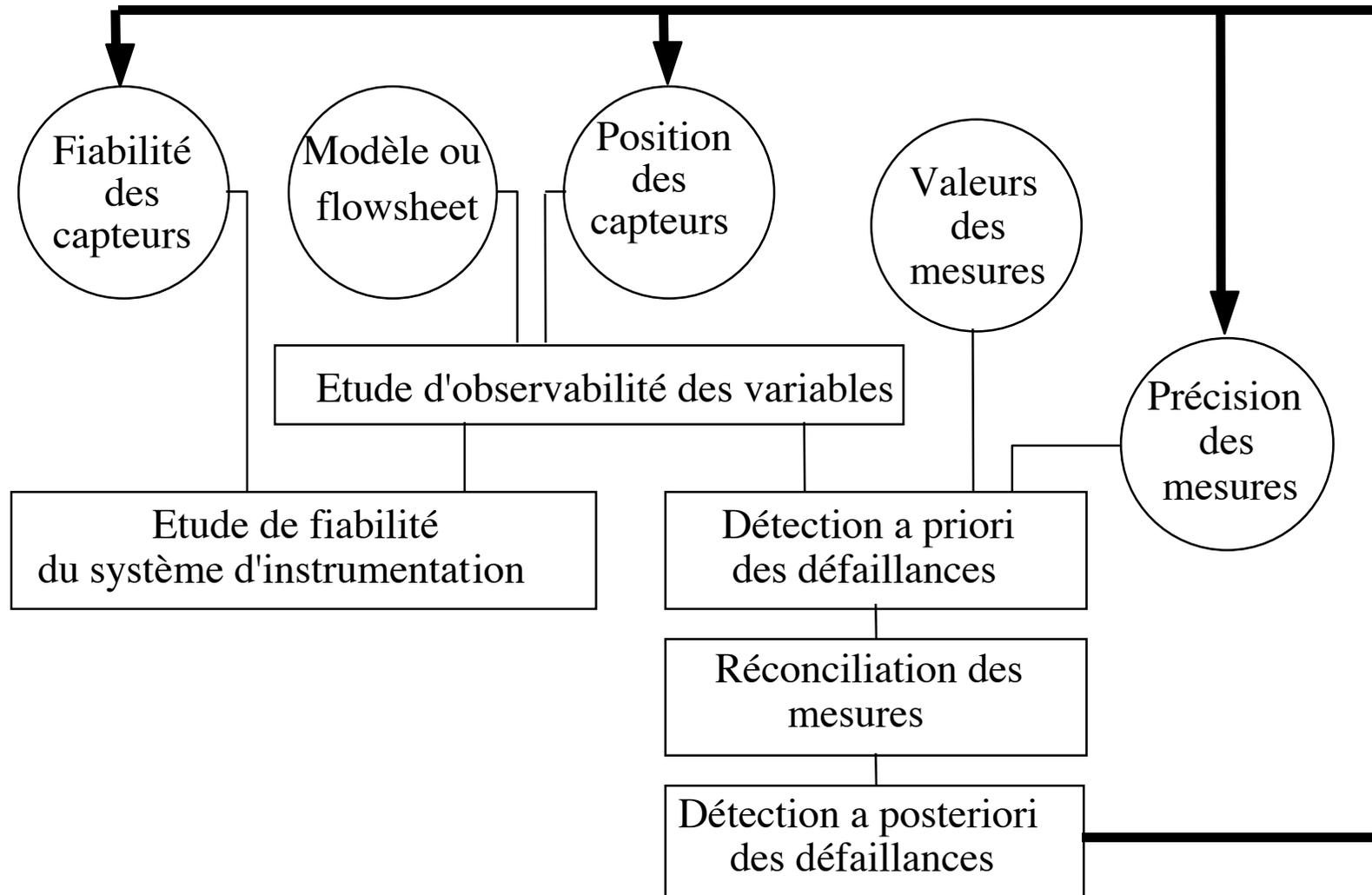
$$R_3 = x_4 \square \log x_6 \square x_6^2x_5$$

$$R_4 = x_6^2 \square x_6x_7 \square x_8$$

équation	test	1	2	3	4	5	6	7	8	R _N
I		1	1	1	3.5
II	oui	.	1	1	1	4.4
III	oui	.	.	.	1	1	1	.	.	3.5
IV	oui	1	1	1	3.2
I+II	oui	1	.	1	1	2.3
I+II	non	0	0	.	0	0.2
II+III	oui	.	1	1	.	1	1	.	.	19.6
III+IV	non	.	.	.	0	0	.	0	0	1.5
I+III+IV	oui	1	.	1	.	1	1	.	1	20.3
II+III+IV	oui	.	1	1	1	.	1	.	1	24.7
I+II+III+IV	oui	1	.	1	.	1	.	1	1	44.9
I+II+III+IV	non	0	0	.	.	0	.	0	0	1.5
Pro.log.		0	0	1	0	0	1	0	0	

Les variables 3 et 6 sont suspectes

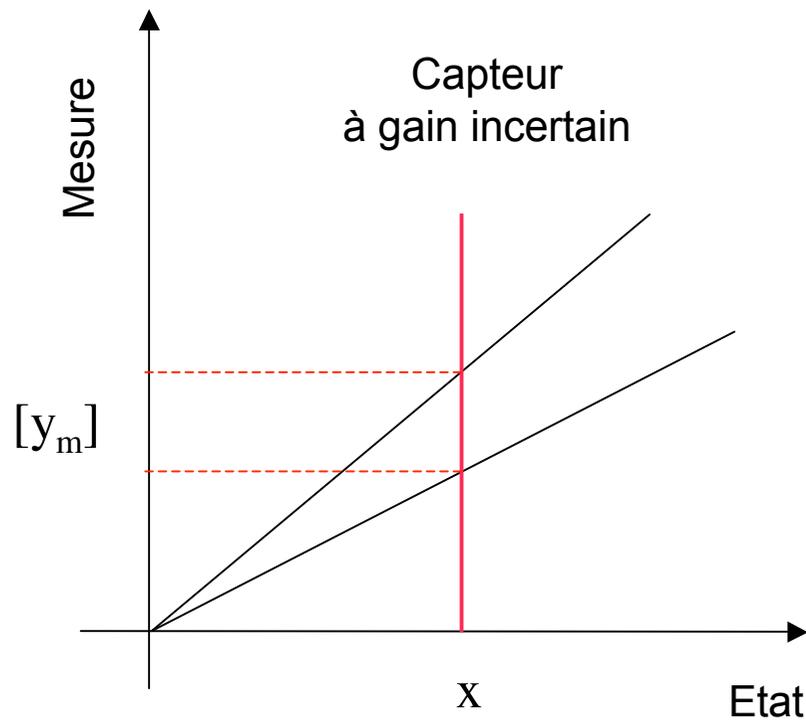
Organigramme général de la réconciliation de données



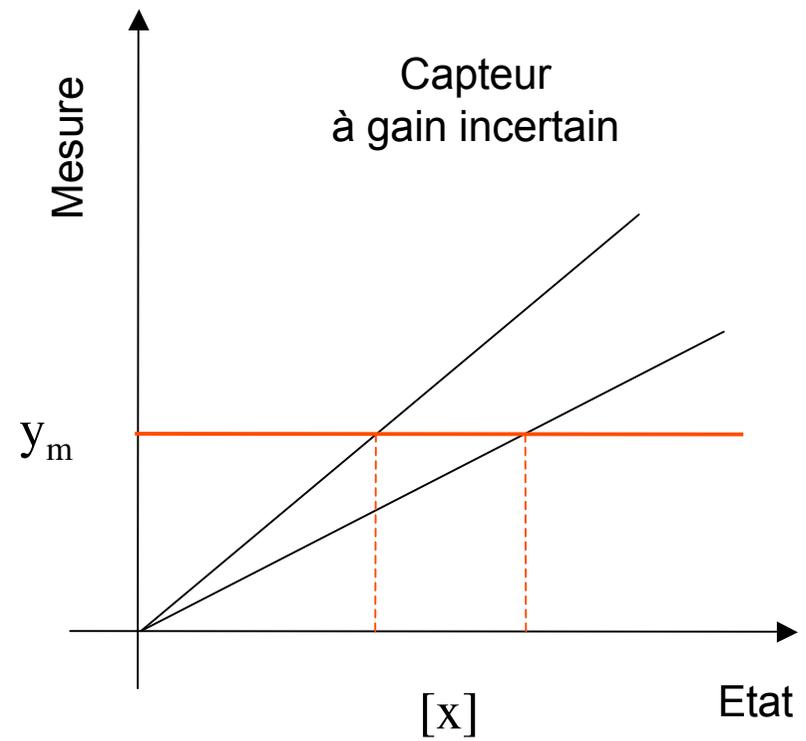
Les différents aspect de la réconciliation de données

Recherche des redondances matérielles	
Recherche des redondances analytiques	: théorie de l'élimination
Recherche des redondances empiriques	: recherche de contraintes
Analyse des degrés de redondance	: analyse d'occurrence, graphes
Analyse a priori des résidus de modèles	: tests statistiques
Structuration des signatures de défauts	: théorie de l'élimination
Estimation d'état	: bilans, observateurs, filtres
Analyse a posteriori des corrections	: tests statistiques
Estimation des variables suspectes	: maximum de vraisemblance
Conception de schéma d'instrumentation	: optimisation multicritères

Système de mesure incertain. Approche intervalle



« Inversion de modèle »



Réconciliation de données. Systèmes incertains. Approche intervalle

$$\begin{aligned} & \min \|\hat{x} - x_m\|^2 \\ & A\hat{x} = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} e_x & \hat{x} - x_m - \bar{e}_x \\ r_x & A\hat{x} - \bar{r}_x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \hat{x} + x_m + e_x &= 0 \\ \hat{x} - x_m - \bar{e}_x &= 0 \\ M\hat{x} + r_x &= 0 \\ M\hat{x} - \bar{r}_x &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} I & x_m + e_x & 0 \\ I & x_m - \bar{e}_x & 0 \\ A & r_x & 0 \\ A & -\bar{r}_x & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$E\hat{x} + b = 0$$

Variables partiellement mesurées

H : matrice de sélection des variables mesurées

$$\begin{cases} Ax = 0 \\ x_m = Hx + e \end{cases}$$

Hypothèse : erreurs bornées

$$\underline{e}_x \leq e \leq \bar{e}_x$$

$$\begin{cases} \underline{e}_x \leq H\hat{x} - x_m \leq \bar{e}_x \\ \underline{r}_x \leq A\hat{x} \leq \bar{r}_x \end{cases}$$



$$\begin{cases} H\hat{x} - x_m + \underline{e}_x \leq 0 \\ H\hat{x} - x_m - \bar{e}_x \leq 0 \\ M\hat{x} + \underline{r}_x \leq 0 \\ M\hat{x} - \bar{r}_x \leq 0 \end{cases}$$

Localisation des valeurs aberrantes

- ◆ Estimateur de référence : utilisation de toutes les données

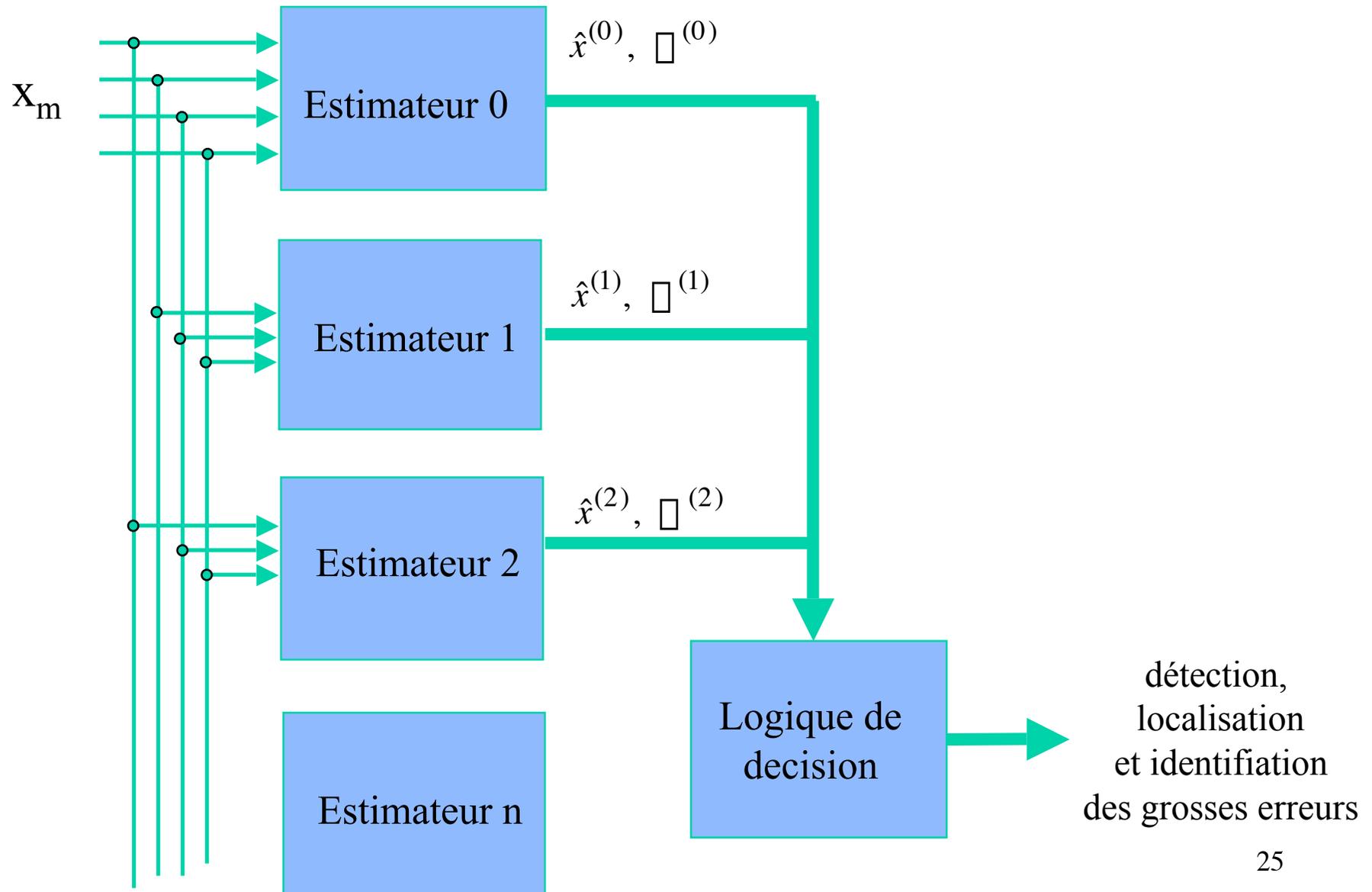
$$P : \begin{cases} H\hat{x} + x_m + e_x = 0 \\ x_m - H\hat{x} - \bar{e}_x = 0 \\ M\hat{x} + r_x = 0 \\ M\hat{x} - \bar{r}_x = 0 \end{cases}$$

- ◆ Estimateurs secondaires : utilisation de toutes les données sauf une

$$P_i : \begin{cases} H_i\hat{x} + x_m + e_x = 0 \\ x_m - H_i\hat{x} - \bar{e}_x = 0 \\ M\hat{x} + r_x = 0 \\ M\hat{x} - \bar{r}_x = 0 \end{cases} \quad H_i = \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_{i-1} \\ h_{i+1} \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} \quad i=1, 2, \dots$$

- ◆ Comparaison des différentes estimations

Localisation des valeurs aberrantes



Bilans en flux total et en flux partiel

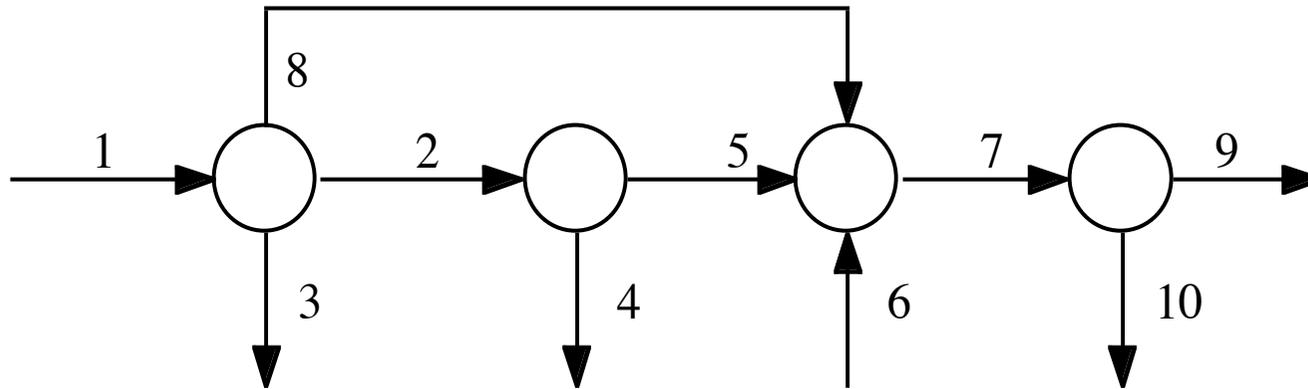
Modèle

$$\begin{cases} Mx = 0 \\ Mx * y = 0 \end{cases}$$

Réconciliation

$$\begin{cases} e_x = H_x \hat{x} - x_m = \bar{e}_x \\ r_x = M \hat{x} = \bar{r}_x \\ \\ e_y = H_y \hat{y} - y_m = \bar{e}_y \\ r_{xy} = M \hat{x} * \hat{y} = \bar{r}_{xy} \end{cases}$$

Exemple



	Débit			Constituant 1			Constituant 2		
	Inf.	Est.	Sup.	Inf.	Est.	Sup.	Inf.	Est.	Sup.
1	0	10.58	20	5	5.43	6.5	12	13.95	15.5
2	8	8.19	8.5	5.5	5.79	6.5	15.5	15.80	16.5
3	1	1.63	2.5	1	1.52	2	7	7.99	9
4	0	5.58	20	3	3.32	3.5	12.5	13.13	13.5
5	1.5	2.61	3	0	11.09	30	0	20.57	30
6	2.5	2.78	3	7	7.61	9	3	3.87	5
7	5.5	6.14	6.5	6.5	9.38	11.5	8	11.72	14
8	0.5	0.75	1	9.5	9.98	10.5	0	6.64	30
9	1	2.23	2.5	19	20.30	21	2.5	3.02	3.5
10	3.5	3.91	7	2.5	3.15	3.5	10.5	16.68	19

Approche intervalle. Détection de valeurs aberrantes

Equations de bilan

$$[2 \ 2.1]x_1 \ominus [3 \ 3.2]x_2 \ominus [0.8 \ 1]x_3 = 0$$

$$x_2 \ominus [3.9 \ 4.0]x_4 \ominus [0.95 \ 1.1]x_5 = 0$$

Mesures incertaines de x_i

$$y_i = x_i + 0.1\delta_i \quad |\delta_i| \leq 1 \quad i = 1..5$$

$$\delta_1 y_1 = 3.9$$

$$\delta_2 y_2 = 2$$

$$\delta_3 y_3 = 2.05$$

$$\delta_4 y_4 = 0.22$$

$$\delta_5 y_5 = 1.95$$

Analyse de cohérence

$$\delta_1 x_1 = [3.8 \ 4.0]$$

$$\delta_2 x_2 = [1.9 \ 2.1]$$

$$\delta_3 x_3 = [1.95 \ 2.15]$$

$$\delta_4 x_4 = [0.12 \ 0.32]$$

$$\delta_5 x_5 = [1 \ 1.2]$$

Résidus intervalle

$$[r_1] = [2 \ 2.1][x_1] \ominus [3 \ 3.2][x_2] \ominus [0.8 \ 1][x_3]$$

$$[r_2] = [x_2] \ominus [3.9 \ 4][x_4] \ominus [0.95 \ 1.1][x_5]$$

$$[r_1] = [\ominus 1.27 \ 1.14]$$

$$[r_2] = [\ominus 1.63 \ \ominus 0.12]$$

Approche intervalle. Détection de valeurs aberrantes

Plus généralement

$$[A]x = 0$$

$$y = [C]x + [e]$$

Analyse de cohérence

$$[x_i] = \frac{y_i \square [e_i]}{[C_i]} \quad i = 1..5$$

$$[r] = [A][x]$$

Réconciliation

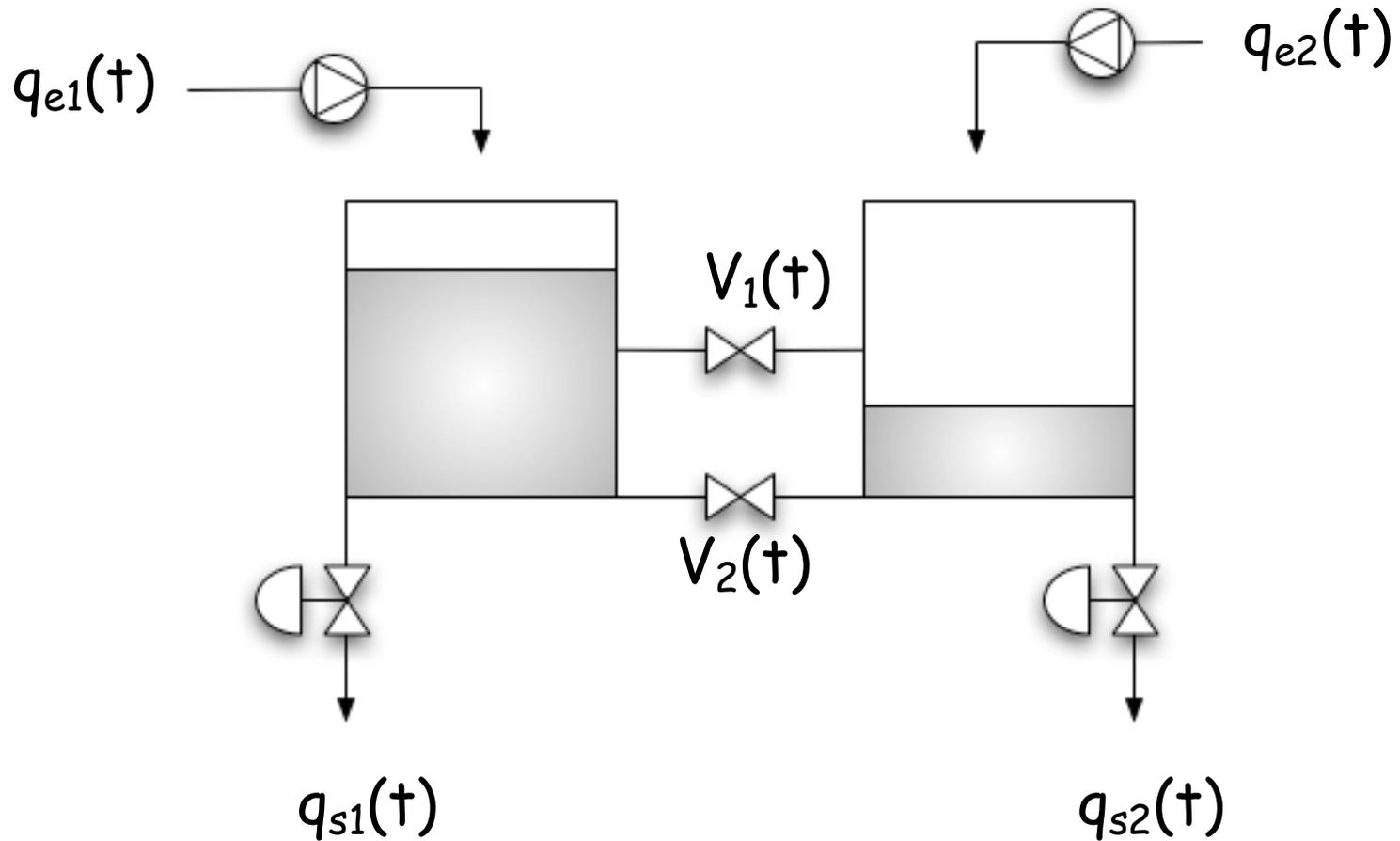
- transformation en LMI
- résolution des LMI



Difficultés

- incertitudes couplées
- ensemble de solutions
- systèmes NL

Cas des des systèmes à structure variable



Quelques applications traitées au CRAN

◆ Partenaires

SOCOMINE (Mauritanie, 82 à 83)
Minemet Recherche (Trappes, 85 à 86)
Rhône Poulenc (La Madeleine, 88)
Atochem et CdF Chimie (Carling, 85 à 87)
Total Compagnie Minière (Jouac, 88 à 89)
Elf Aquitaine (Pau, 88 à 96)
Euriware (Paris, 93 à 96)
EDF (Chatou, 92 à 95)
EDF (CPN de Cattenom, 95 à 98)
CUGN et GEMCEA (Nancy, 96 à 02)
AIRLOR, ESPOL (Lorraine, 97 à 02)
SNECMA (Villaroche, 99 à 02)
PSA (Vélizy, 02)
SNECMA (Vernon, 02)
LCPC (Nantes, 03)
Tudor (Luxembourg, 05)

Placement de capteurs
Logiciel de bilans matière
Equilibrage de bilans
Logiciel de validation de données
Equilibrage de bilans
Observabilité, fiabilité
Equilibrage de bilan
Redondances matérielles et logicielles
Validation de mesures
Surveillance traitement des eaux
Surveillance de la teneur en ozone
Surveillance de capteurs de réacteur
Diagnostic de défaillance
Validation de mesures
Réseaux d'assainissement
Stations d'épuration d'eau

Les difficultés à résoudre

- ✓ Incertitudes de modèles
- ✓ Incertitudes des systèmes de mesure
- ✓ Observabilité des systèmes NL
- ✓ Synthèse du système de mesure sous contrainte
- ✓ Diagnostic de systèmes hybrides