

Détection d'instant de changements de régime. Utilisation d'un observateur de type Unscented Kalman filter

J. Ragot, E. Domlan, D. Maquin, B. Huang

Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN)
Nancy-Université, CNRS

Department of Chemical and Material Engineering, UNIVerrtsity of Alberta
Edmonton, AB, T6G 2G6, Canada

SENDA 2008 19–21 octobre, Hammamet, Tunisie



SENDA 2008



Nancy-Université
INPL

Objectif

- Détecter les changements de mode de fonctionnement d'un système
- Reconnaître le mode actif d'un système

Intérêt (et Difficultés !)

- Prise en compte de la complexité du système dans un large domaine de fonctionnement
- Synthèse délicate d'observateurs basée sur un modèle non linéaire

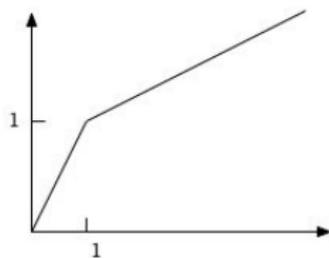
Stratégie proposée

- L'instant de changement de mode est considérée comme une variable d'état
- Conception d'un observateur de l'état augmenté du système

- 1 **Systèmes à plusieurs modes de fonctionnement**
 - Principe de l'approche multimodèle
 - Forme générale d'un multimodèle linéaire à commutation
 - Exemple physique simple mais difficile à résoudre
 - Exemple académique simple
 - Quelques références
- 2 **Estimation des changements de mode de fonctionnement**
 - Description formelle
 - Filtre de Kalman unscented
- 3 **Exemple**
 - Modèle du système
 - Résultats avec bruit de faible amplitude
 - Résultats avec bruit de forte amplitude
- 4 **Conclusion**

Systemes à plusieurs modes de fonctionnement

- Système à deux modes de fonctionnement



- Description

$$y = 2x, \quad \text{si } x < 1$$

$$y = x + 1, \quad \text{si } x > 1$$

- Fonction de commutation μ

$$\mu(x) = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sgn}(x - 1))$$

$$y = 2x\mu(x) + (x + 1)(1 - \mu(x))$$

- Fonction de transition μ_a

$$\mu_a(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(\frac{x - 1}{p} \right) \right)$$

$$y = 2x\mu_a(x) + (x + 1)(1 - \mu_a(x))$$

- Structure générale

$$y = \mu_a M_1 + (1 - \mu_a) M_2$$

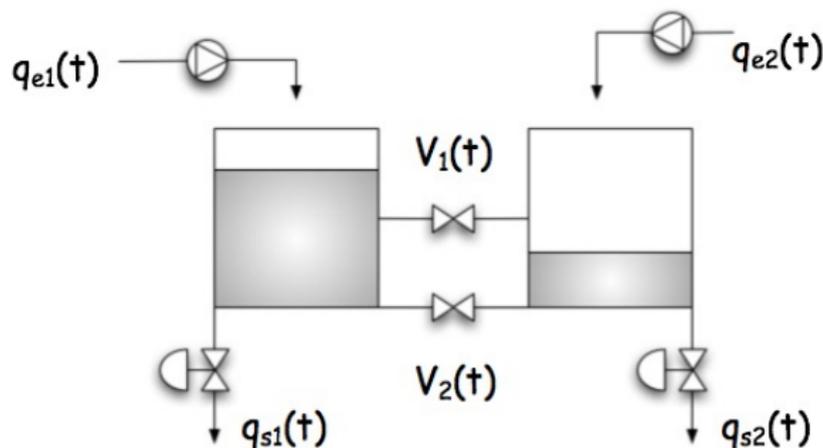
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + b_i u(t))$$

$$\sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) = 1, \quad \mu_i(\xi(t)) = 0 \text{ ou } 1$$

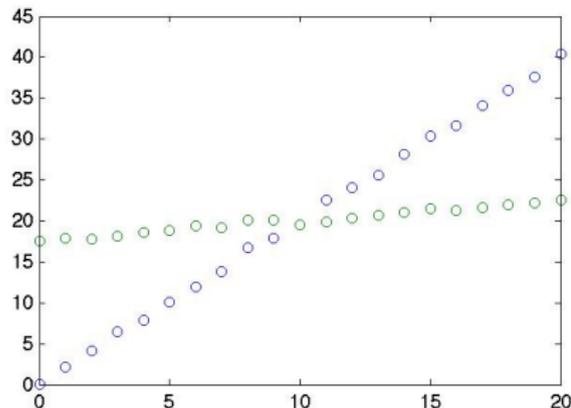
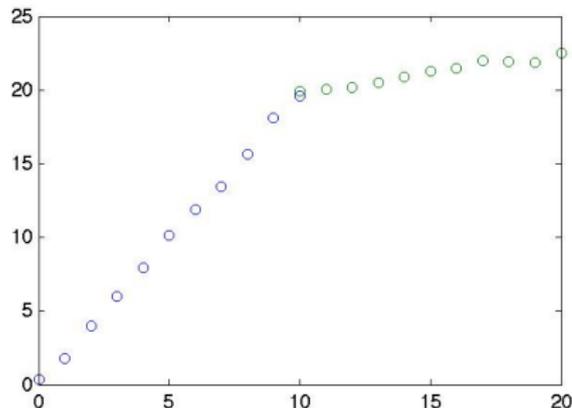
Les variables μ peuvent dépendre

- de variables connues du système : entrée u , sortie y qui sont donc connues par mesure directe
- de variables inconnues du système : état x , qui peut être connu au moyen d'une procédure d'estimation
- ou des variables externes produisant des changements de mode. Dans la suite, on s'intéresse à cette situation.

Reconnaissance des modes de fonctionnement d'un système (1)



- Pb 1 : $\{q_{e1}(t), q_{e2}(t), q_{s1}(t), q_{s2}(t), V_1, V_2\} \rightarrow \{h_1(t), h_2(t)\}$
- Pb 2 : $\{q_{e1}(t), q_{e2}(t), q_{s1}(t), q_{s2}(t)\} \rightarrow \{h_1(t), h_2(t)\} ?$
- Pb 3 : instrumentation minimale pour le diagnostic ?



- Comment savoir qu'il existe deux modes de fonctionnement ?
- Comment déterminer la commutation entre les deux modes ?
- Comment caractériser les modèles des deux modes de fonctionnement ?
- Méthode analytique pour répondre aux différents problèmes ?

- Modèle global

$$\begin{cases} x_{1,k+1} = -a_{0,k}x_{2,k} + b_{0,k}u_k \\ x_{2,k+1} = x_{1,k} - a_{1,k}x_{2,k} + b_{1,k}u_k \\ y_k = x_{2,k} \end{cases}$$

- Les paramètres sont variables au cours du temps :

$$\begin{cases} a_{0,k} = \mu_k a_{01} + (1 - \mu_k) a_{02} \\ a_{1,k} = \mu_k a_{11} + (1 - \mu_k) a_{12} \\ b_{0,k} = \mu_k b_{01} + (1 - \mu_k) b_{02} \\ b_{1,k} = \mu_k b_{11} + (1 - \mu_k) b_{12} \end{cases}$$

- Modèles locaux

$$M_1 \begin{cases} x_{1,k+1} = -a_{01}x_{2,k} + b_{01}u_k \\ x_{2,k+1} = x_{11} - a_{11}x_{2,k} + b_{11}u_k \\ y_k = x_{2,k} \end{cases} \quad M_2 \begin{cases} x_{1,k+1} = -a_{02}x_{2,k} + b_{02}u_k \\ x_{2,k+1} = x_{11} - a_{12}x_{2,k} + b_{12}u_k \\ y_k = x_{2,k} \end{cases}$$

Elimination de l'état

$$\mu_{k+1} [(a_{11} - a_{10})y_{k+1} - (b_{11} - b_{12})u_{k+1}] + \mu_k [(a_{01} - a_{02})y_k - (b_{01} - b_{02})u_k] = -y_{k+2} - a_{12}y_{k+1} - a_{02}y_k + b_{12}u_{k+1} + b_{02}u_k$$

Estimation des commutations

$$\begin{cases} \hat{\mu}_{k+1} = f(\hat{\mu}_k, u_k, u_{k+1}, y_k, y_{k+1}, y_{k+2}) \\ \hat{\mu}_0 = 0 \end{cases}$$

Hypothèse de variations lentes : $\mu_k = \mu_{k+1}$

$$\begin{cases} \mu_k = \frac{\varepsilon_{2,k}}{\varepsilon_{2,k} - \varepsilon_{1,k}}, & \text{si } \varepsilon_{2,k} - \varepsilon_{1,k} \neq 0 \\ \varepsilon_{1,k+2} = y_{k+2} + a_{11}y_{k+1} + a_{01}y_k - b_{11}u_{k+1} - b_{01}u_k \\ \varepsilon_{2,k+2} = y_{k+2} + a_{12}y_{k+1} + a_{02}y_k - b_{12}u_{k+1} - b_{02}u_k \end{cases}$$

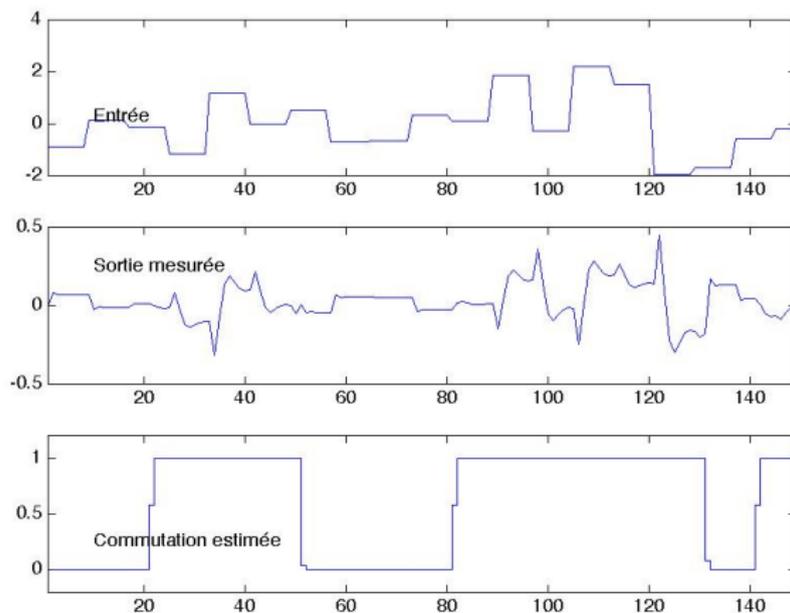


FIG.: Entrée, sortie, indicateur de commutation estimé

- Modèle du système

$$\begin{cases} x_{k+1} = \mu_k(A_1x_k + B_1u_k) + (1 - \mu_k)(A_2x_k + B_2u_k) \\ y_k = Cx_k \end{cases}$$

- Principe : éliminer l'état x entre l'équation d'état et l'équation de mesure

$$f(u_k, u_{k-1}, \dots, y_k, y_{k-1}, \dots, \mu_k, \mu_{k-1}) = 0$$

- Méthode d'élimination ?

- R. Vidal, A. Chiuso, and S. Soatto. Observability and identifiability of jump linear systems. Conference on Decision and Control, Las Vegas NV, 2002.
- J. Ragot, G. Mourot, and D. Maquin. Parameter estimation of switching piecewise linear systems. Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA, 2003.
- K. M. Pekpe, G. Mourot, K. Gasso, and J. Ragot. Identification of switching systems using change detection technique in the subspace framework. Conference on Decision and Control, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, 2004.
- A. Bemporad, A. Garulli, S. Paoletti, and A. Vicino. A bounded-error approach to piecewise affine system identification. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, pp. 1567-1580, 2005.
- A. L. Juloski, W. Heemels, G. Ferrari-Trecate, R. Vidal, S. Paoletti, and J. Niessen. Comparison of four procedures for the identification of hybrid systems. Hybrid systems : computation and control, Zurich, Switzerland, 2005.
- S. Weiland, A. L. Juloski, and B. Vet. On the equivalence of switched affine models and switched ARX models. Conference on Decision and Control, San Diego CA, USA, 2006.
- R. Hallouzi, M. Verhagen, R. Babuska. Model weight and state estimation for multiple model systems applied to fault detection and identification. 14th IFAC Sysid, 2006.
- L. Bako, G. Mercère, and S. Lecoeuche. Online subspace identification of switching systems with possibly varying orders. European Control Conference, Kos, Greece, 2007.
- R. Vidal. Recursive identification of switched ARX systems. Automatica, vol. 44, pp. 2274-2287, 2008.
- E. Elhamifar, M. Petreczky, and R. Vidal. Observability of jump linear systems with inputs. Technical report, The Johns Hopkins University, 2008.

Estimation des modes de fonctionnement

- Système à commutation

$$x_{k+1} = f_{\sigma_k}(x_k, u_k)$$

- Cas particulier

$$x_{k+1} = A_{\sigma_k} x_k + B_{\sigma_k} u_k$$

- Prise en compte d'erreurs de modélisation

$$\begin{cases} x_{k+1} = f_{\sigma_k}(x_k, u_k) + q_k \\ y_k = h(x_k) + r_k \end{cases}$$

$$q_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$$

$$r_k \sim \mathcal{N}(0, R_k)$$

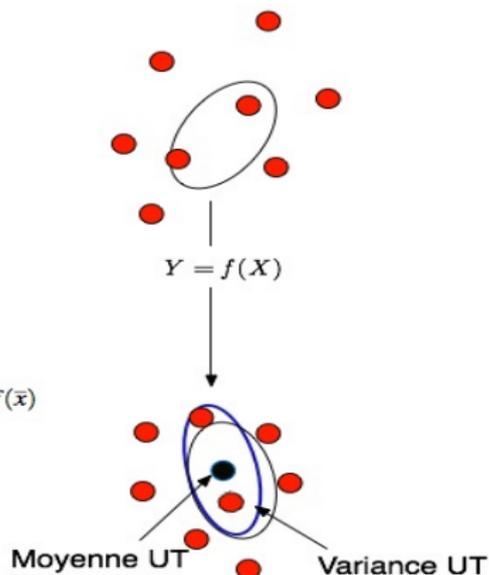
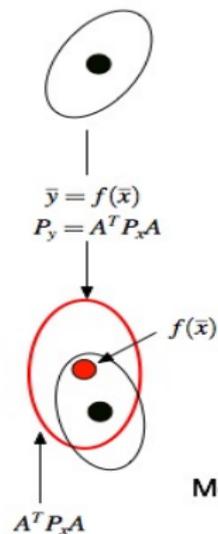
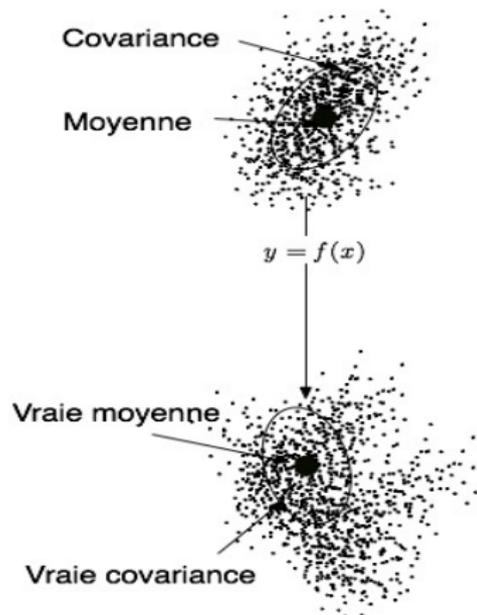
- Modèle d'un système à changement de modes de fonctionnement

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{i=1}^N \mu_{i,k} f_i(x_k, u_k) + q_k \\ \mu_{i,k+1} = \mu_{i,k} + s_k, \quad s_k \sim \mathcal{N}(0, S_k) \\ y_k = h(x_k) + r_k \end{cases}$$

Echantillonnage

Linéarisation (EKF)

Transformation UT



- But : la transformation *UT* construit une approximation gaussienne d'une distribution conjointe de deux variables x et y , quand la variable aléatoire y est obtenue par transformation non linéaire de la variable aléatoire x

$$x \sim \mathcal{N}(\bar{x}, P), \quad x \in \mathcal{R}^n$$

$$y = g(x), \quad y \in \mathcal{R}^m$$

- Comment trouver la loi de distribution de y ?

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} P & C \\ C^T & S \end{pmatrix} \right)$$

- Comment trouver la loi de distribution de y ?

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} P & C \\ C^T & S \end{pmatrix}\right)$$

- Etapes (à partir de $2n+1$ « sigma » vecteurs)

$$\left\{ \begin{array}{l} X = [\bar{x} \dots \bar{x}] + \sqrt{c} [0 \quad \sqrt{P} \quad -\sqrt{P}] \\ Y = g(X) \\ \bar{y} = Yw_m \\ S = YWY^T \\ C = XWY^T \\ c = \alpha^2(n + \xi) \\ w_m = \left(W_0^{(m)} \quad \dots \quad W_{2n}^{(m)} \right)^T \\ W = (I \quad -w_m \quad \dots \quad -w_m) \times \text{diag}(W_0^C \quad \dots \quad W_{2n}^C) \times (I \quad -w_m \quad \dots \quad -w_m)^T \end{array} \right.$$

- Modèle étendu

$$\begin{cases} X_{k+1} = F(X_k, u_k) + \eta_k \\ y_k = h(X_k) + r_k \end{cases}$$

décrivant la dynamique de l'état augmenté :

$$X_k = \begin{pmatrix} x_k \\ \mu_{1,k} \\ \dots \\ \mu_{N,k} \end{pmatrix}, \quad \eta_k = \begin{pmatrix} q_k \\ s_{1,k} \\ \dots \\ s_{N,k} \end{pmatrix}$$

- On peut alors appliquer au modèle étendu la procédure d'estimation précédente avec les hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned} \eta_k &\sim \mathcal{N}(0, Q_k) \\ r_k &\sim \mathcal{N}(0, R_k) \end{aligned}$$

- Prédiction de l'état moyen

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{k-1} = (m_{k-1} \dots m_{k-1}) + \sqrt{c} (0 \sqrt{P_{k-1}} - \sqrt{P_{k-1}}) \\ \hat{X}_k = f(X_{k-1}) \\ m_k^- = \hat{X}_k w_m \\ P_k^- = \hat{X}_k W \hat{X}_k^T + Q_{k-1} \end{array} \right.$$

- Sortie moyenne

$$\left\{ \begin{array}{l} X_k^- = (m_k^- \dots m_k^-) + \sqrt{c} (0 \sqrt{P_k^-} - \sqrt{P_k^-}) \\ Y_k^- = h(X_k^-) \\ \mu_k = Y_k^- w_m \\ S_k = Y_k^- W Y_k^{-T} + R_k \\ C_k = X_k^- W Y_k^{-T} \end{array} \right.$$

- Gain du filtre

$$K_k = C_k S_k^{-1}$$

- Mise à jour de l'état moyen et de sa variance-covariance

$$\left\{ \begin{array}{l} m_k = m_k^- + K_k (y_k - \mu_k) \\ P_k = P_k^- - K_k S_k K_k^T \end{array} \right.$$

Exemple

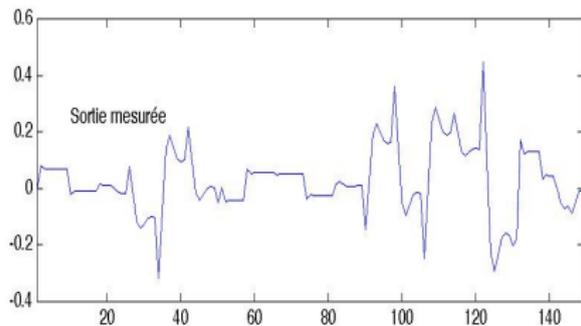
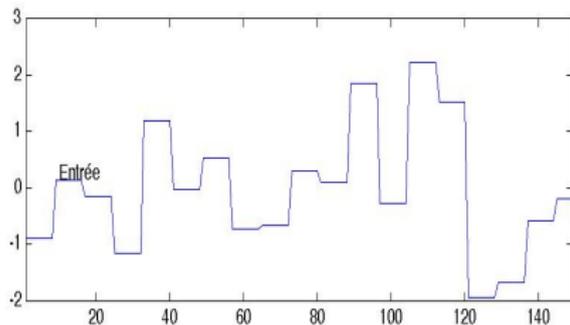
- Modèle utilisé

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B u_k \\ A_k = \mu_k A_1 + (1 - \mu_k) A_2 \\ \mu_{k+1} = \mu_k + s_k \\ y_k = C x_k \end{cases}$$

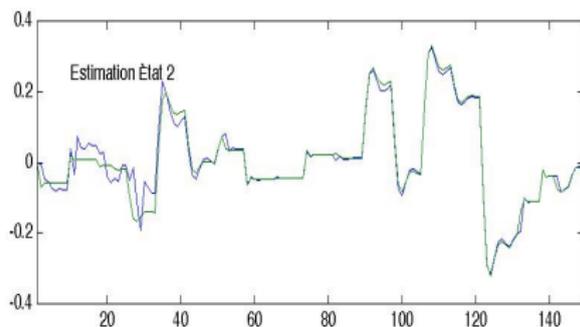
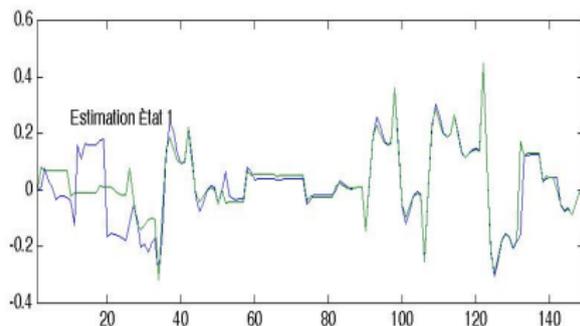
$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.1 & 1.4 \\ -0.2 & 0.5 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -0.7 & .1 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -0.9 \\ 0.8 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 0)$$

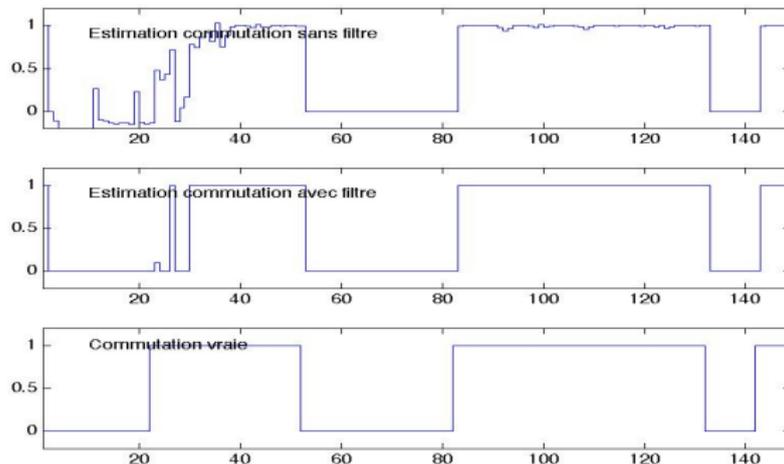
- Les résultats de simulation (avec des commutations générées aux instants 20, 50, 80, 130 et 140) s

- Entrée et sortie du système



- Estimation des états





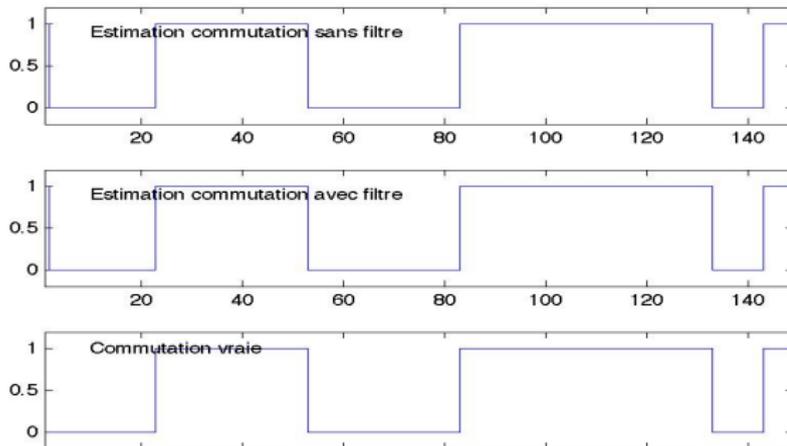
Commutations réelles : 20, 50, 80, 130 et 140

Exemple : commutations estimées

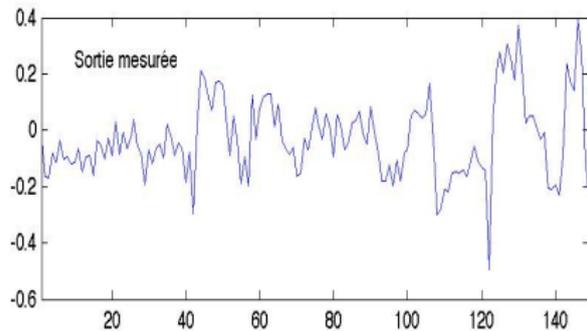
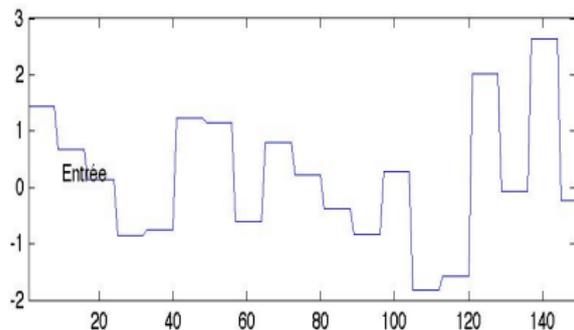
- Variante : modèle de fonction de commutation

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{k+1} = A_k x_k + B u_k \\ A_k = \mu_k A_1 + (1 - \mu_k) A_2 \\ \mu_k = (1 + \tanh(\tilde{\mu}_k)) / 2 \\ \tilde{\mu}_{k+1} = \tilde{\mu}_k + s_k \\ y_k = x_k \end{array} \right.$$

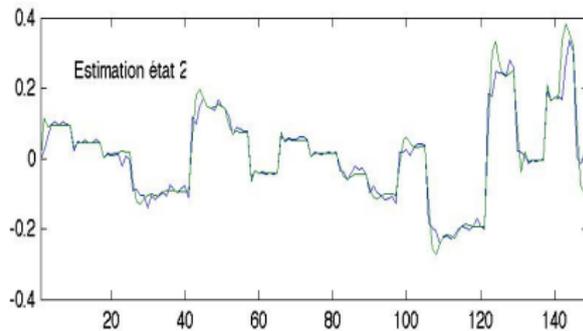
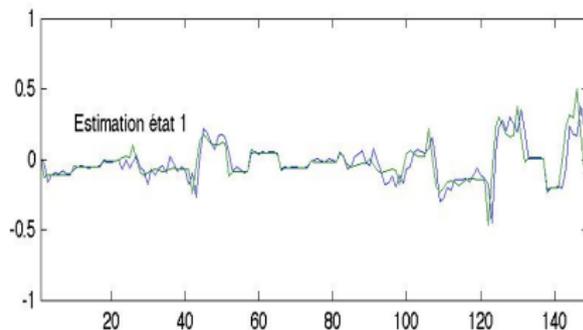
- Résultats de simulation



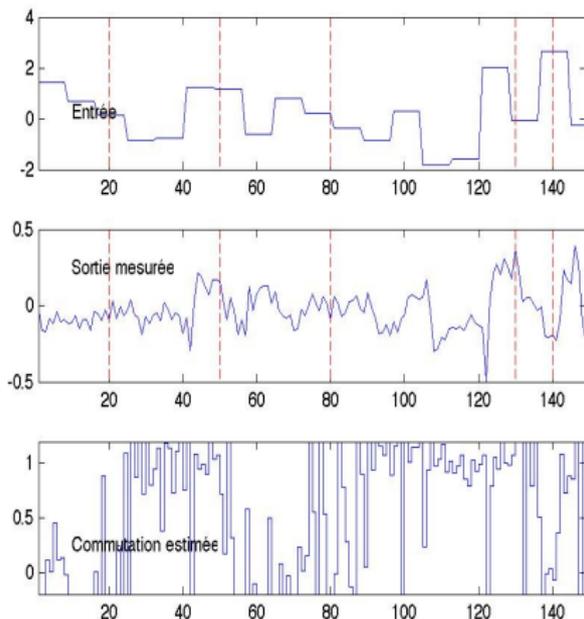
- Entrée et sortie du système



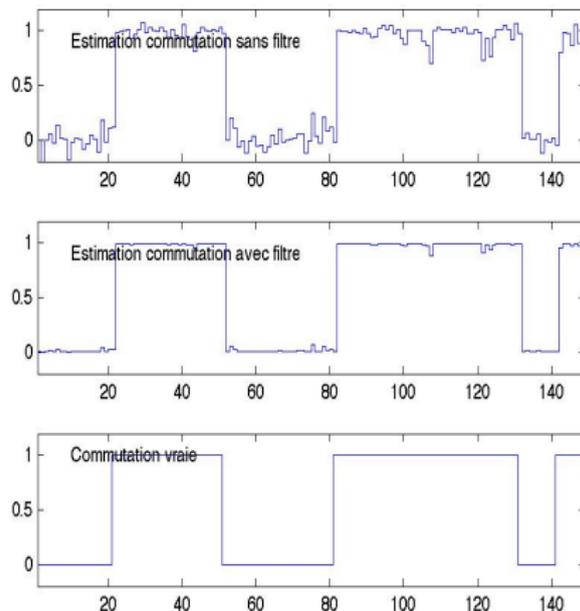
- Estimation des états



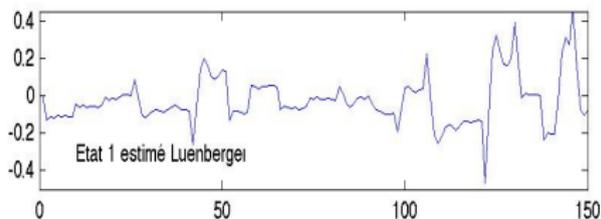
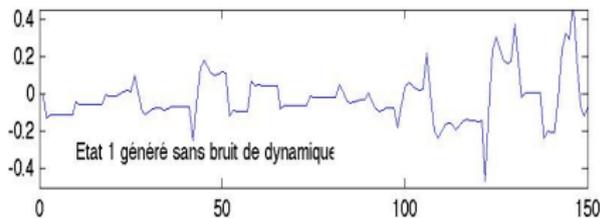
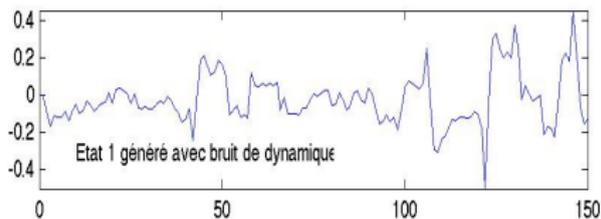
- Commutations estimées (méthode directe)



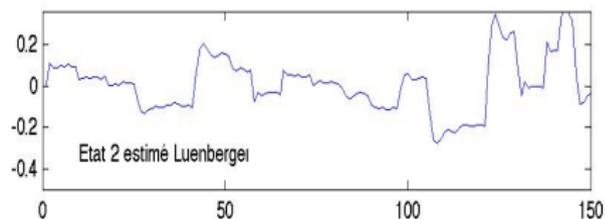
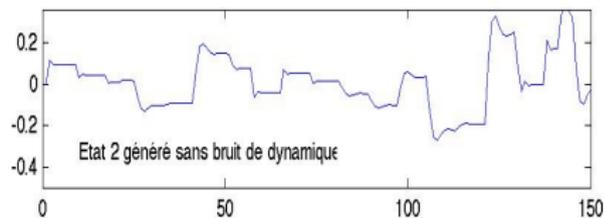
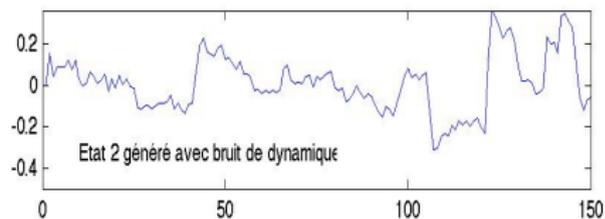
- Commutations estimées (observateur)



● Estimation état 1



● Estimation état 2



Conclusion

Apports

- reconnaissance du mode actif d'un système à plusieurs modes
- procédures de surveillance de systèmes
- discrimination modes sains et dysfonctionnement
- détermination de l'instant de changement de mode

Extensions

- préciser le rôle des paramètres de synthèse de l'observateur (α, \dots)
- étudier l'influence des bruits de mesure sur l'estimation du mode actif
- concevoir un estimateur robuste vis-à-vis des mesures aberrantes
- prendre en compte des contraintes sur la fonction de commutation
- reconnaître la présence de modes nouveaux de fonctionnement.
- mode non supervisé (aucun mode connu a priori) ?