

Observateur proportionnel multi-intégral pour les systèmes linéaires à entrées inconnues

Karim Khémiri⁽¹⁾, Fayçal Ben Hmida⁽¹⁾, José Ragot⁽²⁾, Moncef Gossa⁽¹⁾

⁽¹⁾ École Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis (ESSTT)

Commande Surveillance et Sûreté des systèmes (C3S), 5 av. Taha Hussein
BP 56 - 1008 Tunis, Tunisie

⁽²⁾ Institut National Polytechnique de Lorraine.

Centre de Recherche en Automatique de Nancy. UMR 7039 CNRS-UHP-INPL.

2, Avenue de la forêt de Haye. F - 54 516 Vandœuvre les Nancy Cedex.

kemiri.karim@yahoo.fr, faycal.benhmida@esstt.rnu.tn, jose.ragot@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé— Ce travail s'intéresse à l'estimation d'état de systèmes linéaires à temps discret et en présence d'entrées inconnues en utilisant un observateur de type proportionnel multi-intégral sous une forme générale (PI^p). L'introduction de multiples actions intégrales dans l'observateur d'état, permet d'assurer une bonne précision de l'estimation même en présence des entrées inconnues décrites par des polynômes de degré p . Un exemple d'application numérique montre la validité de cette approche en utilisant un observateur doté de trois actions intégrales sur un système affecté par une entrée inconnue polynomiale.

Mots-clés— Diagnostic, estimation d'état, système linéaire, entrées inconnues, action intégrale, découplage.

I. INTRODUCTION

L'estimation d'état des systèmes a été et est largement étudiée dans la littérature en raison de l'importance considérable donnée aux procédures de surveillance de ces systèmes. En effet, l'élaboration d'une loi de commande ou la mise en place d'une stratégie de surveillance ou de diagnostic, nécessite, en général, la connaissance parfaite et complète de l'état d'un système. Cependant, en pratique, l'état d'un système n'est disponible que partiellement et les grandeurs accessibles pratiquement par mesure directe ne sont que les signaux d'entrée et de sortie. Une solution pour résoudre ce problème consiste à coupler au système un système auxiliaire, appelé estimateur ou observateur d'état capable de recouvrer cet état.

L'observateur fournit une estimation de l'état du système à partir de son modèle et des mesures de ses entrées et de ses sorties. Parmi la panoplie des observateurs utilisables, celui de luenberger [1] à gain proportionnel, est un observateur classique pour les systèmes linéaires. Cependant, les performances de l'observateur proportionnel se dégradent si la connaissance du modèle du système n'est pas parfaite ou sous l'effet des perturbations inconnues affectant l'état ou la sortie du système. Afin d'améliorer l'estimation malgré la présence de ces perturbations inconnues dans le système, l'observateur à gain Proportionnel-Intégral (PI) a fait l'objet de nombreux travaux. Le PI était une solution efficace pour résoudre les problèmes d'estimation d'état, de détection de défauts soit en temps continu [2], [3], [4], [5] soit en temps discret [6], [7], [8]. En effet, un observateur proportionnel intégral permet d'avoir une estimation non biaisée de l'état malgré la présence des incertitudes ou des entrées inconnues [9], [10], [11], [13].

Dans cette communication, on propose une version générale d'un observateur proportionnel intégral (PI^p) des systèmes linéaires à temps discret en présence des entrées inconnues. L'idée de cette approche est de procéder à des intégrations successives de l'erreur d'estimation de sortie pour estimer précisément les entrées inconnues puis de les utiliser pour corriger l'estimation de l'état et de la sortie du système. Une telle opération n'est possible que si on assure un découplage parfait entre l'état observé du système et les entrées inconnues.

Ce papier est organisé comme suit. Dans la deuxième section, on positionne le problème et on donne les hypothèses nécessaires à l'établissement de l'observateur. La section III traitera le problème de synthèse d'un observateur proportionnel multi-intégral. Des résultats de simulation sur un exemple numérique seront présentés dans la section IV. Enfin, on terminera dans la section V par une conclusion de ce travail.

II. FORMULATION DU PROBLÈME

On considère un système linéaire à temps discret décrit sous forme d'équation d'état :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k Dd_k \\ y_k = Cx_k + Ed_k \end{cases} \quad (1)$$

où $x \in \mathcal{R}^n$ représente l'état du système, $y \in \mathcal{R}^m$ sa sortie, $u \in \mathcal{R}^r$ son entrée de commande supposée connue et $d \in \mathcal{R}^q$ le vecteur des entrées inconnues à effets additifs. Les matrices A , B , C , D et E sont supposées connues de dimensions appropriées et respectent les contraintes assez peu restrictives suivantes.

Hypothèse 1 : la matrice C est de rang plein.

Hypothèse 2 : Le système (A, C) est observable.

Hypothèse 3 : les matrices D et E sont de rang plein colonne.

Le problème qui se pose maintenant est la synthèse d'un observateur PI^p de système linéaire à entrées inconnues. Ce problème est assez général et peut concerner deux situations assez différentes. La première est celle où un système est effectivement affecté d'entrées inconnues perturbant son fonctionnement, dont il convient alors d'évaluer l'amplitude

afin de concevoir une stratégie de commande compensatrice. La deuxième situation est propre au diagnostic de fonctionnement et plus précisément à l'estimation de défauts d'actionneurs ; dans ce cas, une entrée connue peut être estimée en la considérant comme inconnue afin d'analyser l'erreur d'estimation de cette entrée qui peut être révélatrice d'un défaut d'actionneur.

Dans la suite, on considère des observateurs de type Luenberger permettant de reconstruire l'état et les entrées inconnues du système.

L'estimation de l'état est effectuée de la façon suivante

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + D\hat{d}_k + K\tilde{y}_k \\ \tilde{y}_k = y_k - \hat{y}_k \\ \hat{y}_k = C\hat{x}_k + E\hat{d}_k \end{cases} \quad (2)$$

où $K \in R^{r \times m}$, $E \in R^{m \times q}$. L'estimation des entrées inconnues est réalisée par l'observateur :

$$\begin{cases} \hat{d}_k = \Delta z_k \\ z_{k+1} = \Lambda z_k + \Gamma \tilde{y}_k \end{cases} \quad (3)$$

où $z \in R^{pq}$, $\Delta \in R^{q \times pq}$, $\Lambda \in R^{pq \times pq}$, et où la matrice Λ contient sur sa diagonale des blocs identité. L'observation est ainsi caractérisée par les matrices K et Γ dont il conviendra d'estimer les coefficients. Les développements qui suivent visent à expliciter les équations qui régissent l'évolution des erreurs d'estimation. Compte tenu de la structure de la matrice Λ , le vecteur z_k est donc construit à partir des intégrations successives de l'erreur d'estimation $\tilde{y}$ de la sortie. Ce vecteur, ainsi que les différentes matrices introduites dans la structure de l'observateur, sont partitionnés sous la forme :

$$z_k = \begin{pmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \dots \\ z_{p,k} \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I & I & 0 & \dots & \\ \dots & & & & \\ 0 & \dots & I & I & 0 \\ 0 & \dots & 0 & I & I \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\Delta = (0 \quad 0 \quad \dots \quad I), \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \dots \\ \Gamma_{p-1} \\ \Gamma_p \end{pmatrix} \quad (5)$$

Compte tenu de (3) et de l'expression de Δ , on note que :

$$\hat{d}_k = z_{p,k} \quad (6)$$

Ainsi, l'entrée inconnue est estimée uniquement à partir de la dernière variable d'intégration. Considérons la variable :

$$\varepsilon_k = Hd_k - z_k \quad (7)$$

avec

$$\varepsilon_k = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,k} \\ \varepsilon_{2,k} \\ \dots \\ \varepsilon_{p,k} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_{p-1} \\ I \end{pmatrix} \quad (8)$$

En particulier, la dernière composante de ε s'explique :

$$\varepsilon_{p,k} = d_k - z_{p,k} \quad (9)$$

et en comparant (6) et (9), on vient de définir très simplement l'erreur d'estimation de l'entrée inconnue par :

$$\begin{aligned} \tilde{d}_k &= \varepsilon_{p,k} \\ &= \Delta \varepsilon_k \end{aligned} \quad (10)$$

Définissons les erreurs d'estimation d'état et de sortie respectivement par :

$$\begin{cases} \tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k \\ \tilde{y}_k = C\tilde{x}_k + E\tilde{d}_k \end{cases} \quad (11)$$

A partir des équations (1), (2), (7), (10), (11) et en utilisant l'opérateur d'avance q d'un pas d'échantillonnage, les expressions suivantes permettent d'obtenir la dynamique de l'erreur ε :

$$\begin{cases} \varepsilon_{k+1} &= Hd_{k+1} - z_{k+1} \\ &= Hd_{k+1} - (\Lambda z_k + \Gamma \tilde{y}_k) \\ &= Hqd_k - \Lambda(Hd_k - \varepsilon_k) - \Gamma \tilde{y}_k \\ &= Hqd_k - \Lambda(Hd_k - \varepsilon_k) - \Gamma(C\tilde{x}_k + E\tilde{d}_k) \\ &= (qI - \Lambda)Hd_k + (\Lambda - \Gamma E\Delta)\varepsilon_k - \Gamma C\tilde{x}_k \end{cases} \quad (12)$$

puis celle de l'état :

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \\ &= Ax_k + Bu_k + Dd_k - (A\hat{x}_k + Bu_k + F\hat{d}_k + K\tilde{y}_k) \\ &= (A - KC)\tilde{x}_k + (D - KE)\tilde{d}_k \end{cases} \quad (13)$$

Finalement, compte tenu des équations (10), (12) et (13), les deux erreurs d'estimation sont régies par une équation d'état sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda - \Gamma E\Delta & -\Gamma C \\ (D - KE)\Delta & A - KC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_k \\ \tilde{x}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (qI - \Lambda)H \\ 0 \end{pmatrix} d_k \quad (14)$$

L'équation (14) traduit la dynamique d'évolution des erreurs d'estimation de l'état et de l'entrée inconnue en fonction de l'entrée inconnue d_k .

On note aussi que les matrices K et Γ interviennent de façon linéaire dans cette équation. Il est donc tout à fait possible de régler les coefficients de ces deux matrices de façon à respecter la stabilité de l'équation (14), où la $\mathcal{D}$ -stabilité (technique de placement de pôles par exemple) et de minimiser l'influence de l'entrée inconnue sur l'erreur d'estimation (technique de type $\mathcal{H}_\infty$ par exemple).

En fait dans ce qui suit, on s'intéresse à un découplage exact de l'influence de l'entrée inconnue sur l'erreur d'estimation en précisant la classe d'entrée inconnue permettant ce découplage

III. SYNTHÈSE DE L'OBSERVATEUR PI^p

Au cours de cette section, on va présenter les différentes étapes de la synthèse d'un observateur proportionnel multi-intégral. On commence, tout d'abord, par le cas le plus simple. Il s'agit d'un observateur PI puis on abordera le cas le plus général, c'est-à-dire celui d'un observateur PI^p .

A. Observateur PI

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à la synthèse d'un observateur ayant un seul intégrateur, c'est-à-dire caractérisé par :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & I \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix}, \Delta = \begin{pmatrix} 0 & I \end{pmatrix} \quad (15)$$

Si on choisit la matrice H (8) sous la forme :

$$H = \begin{pmatrix} (q-1)I \\ I \end{pmatrix} \quad (16)$$

on obtient :

$$(qI - \Lambda)H = \begin{pmatrix} (q-1)^2 I \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Compte tenu de ce résultat, en vertu de l'équation (14), on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1,k+1} \\ \varepsilon_{2,k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & -\Gamma_1 E & \Gamma_1 C \\ I & I - \Gamma_2 E & \Gamma_2 C \\ 0 & D - KE & A - KC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,k} \\ \varepsilon_{2,k} \\ \tilde{x}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (q-1)^2 I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} d_k \quad (18)$$

Ainsi, pour garantir un découplage total de l'influence de l'entrée inconnue d_k sur les erreurs d'estimation, il faut respecter la condition :

$$(q-1)^2 d_k = 0 \quad (19)$$

Une solution de l'équation (19) est donnée pour une entrée inconnue de la forme :

$$d_k = a_1 k + a_0 \quad (20)$$

L'estimation de l'entrée inconnue peut donc s'obtenir à partir de l'erreur d'estimation de la sortie :

$$\begin{cases} z_{1,k+1} = z_{1,k} + \Gamma_1 \tilde{y}_k \\ z_{2,k+1} = z_{1,k} + z_{2,k} + \Gamma_2 \tilde{y}_k \\ \hat{d}_k = z_{2,k} \end{cases} \quad (21)$$

Finalement, il reste à montrer que l'erreur d'estimation $\tilde{d}_k$ de l'entrée inconnue tend asymptotiquement vers zéro, c'est-à-dire $\tilde{d}_k \rightarrow 0$ quand $k \rightarrow \infty$. Or, compte tenu de la contrainte (19) sur la nature de l'entrée inconnue, le système (18) est alors autonome et sa stabilité est assurée par un choix judicieux des gains K , Γ_1 et Γ_2 . Les erreurs d'estimation ε et $\tilde{x}$ convergent donc vers 0, et compte tenu de (10), cela garantit la convergence asymptotique de $\tilde{d}$ vers 0. L'observateur proposé répond bien aux exigences de reconstruction de l'état et de l'entrée inconnue, les erreurs de reconstruction ayant une convergence garantie vers l'origine.

B. Observateur PI^p

Dans ce paragraphe on traite le cas général, c'est-à-dire le cas d'un observateur PI^p . La démarche est tout à fait

semblable à celle décrite précédemment pour l'observateur PI , en prenant maintenant pour généraliser (16) :

$$H = \begin{pmatrix} (q-1)^p \\ (q-1)^{p-1} \\ \vdots \\ I \end{pmatrix} \quad (22)$$

L'équation (14) s'applique toujours et ici avec :

$$(qI - \Lambda)H = \begin{pmatrix} (q-I)^{p+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

En vertu de (14), pour avoir une erreur d'estimation découplée totalement des entrées inconnues il faut donc que :

$$(q-1)^{p+1} d_k = 0 \quad (24)$$

ce qui correspond à la classe d'entrée suivante :

$$d_k = a_p k^p + a_{p-1} k^{p-1} + \dots + a_1 k + a_0 \quad (25)$$

Pour cette classe d'entrées inconnues, la dynamique de l'erreur d'estimation se réduit à :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda - \Gamma E \Delta & -\Gamma C \\ (D - KE) \Delta & A - KC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_k \\ \tilde{x}_k \end{pmatrix} \quad (26)$$

La matrice d'état de cet observateur peut aussi se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \Lambda - \Gamma E \Delta & -\Gamma C \\ (D - KE) \Delta & A - KC \end{pmatrix} = \bar{A} - \bar{K} \bar{C} \quad (27)$$

avec

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ D \Delta & A \end{pmatrix}, \bar{K} = \begin{pmatrix} \Gamma \\ K \end{pmatrix}, \bar{C} = (E \Delta \quad C) \quad (28)$$

Ainsi, sous réserve de l'observabilité de la paire $(\bar{A}, \bar{C})$, le réglage de l'observateur (c'est-à-dire le choix des gains K et Γ) peut être réalisé par placement de pôles. La condition d'observabilité de Hautus [12] ici traduite par :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} sI - \Lambda & 0 \\ -D \Delta & sI - A \\ E \Delta & C \end{pmatrix} = n + pq \quad \forall s \in \mathcal{C} \quad (29)$$

est satisfaite si la paire (A, C) est observable, la matrice Λ étant par définition de plein rang.

Enfin, l'estimation de l'entrée inconnue est réalisée à partir des équations d'état :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \hat{x}_{k+1} \\ \hat{z}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - KC & D \Delta \\ -\Gamma C & \Lambda - \Gamma E \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{z}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B & K \\ 0 & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix} \\ \hat{d}_k = \Delta \hat{z}_k \end{cases} \quad (30)$$

IV. EXEMPLE

On considère les matrices du système décrit par les équations (1) et (2) avec les valeurs numériques suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1.5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1.2 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Dans cet exemple, on utilise un observateur ayant trois intégrateurs et comme entrée inconnue le signal de la forme suivante :

$$d_k = a_3 k^3 + a_2 k^2 + a_1 k + a_0$$

avec $a_3 = 0.0006$, $a_2 = -0.08$, $a_1 = 2$ et $a_0 = -35$. La figure (1) illustre la forme du signal d'excitation et la sortie du système pour un temps de simulation $N = 100$.

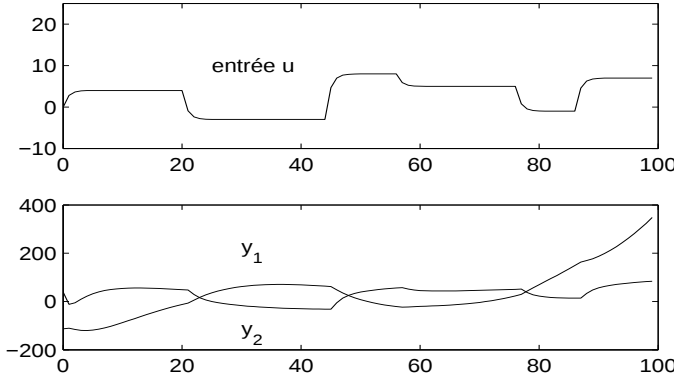


Fig. 1. Entrée et sorties mesurées

Les matrices gains de l'état K et de l'entrée inconnue Γ sont données respectivement par :

$$K = \begin{pmatrix} -0.2318 & 0.7159 \\ -0.4545 & 0.4773 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0.0633 & 0.1308 \\ 0.0431 & 0.1034 \\ 0.0977 & 0.2762 \\ 0.2808 & 0.2096 \end{pmatrix}$$

Les figures (2) et (3) montrent les résultats des estimations de l'état et de l'entrée inconnue respectivement pour des conditions initiales :

$$x_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ -50 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad z_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

D'après les résultats obtenus, on constate bien que l'observateur PI^3 permet d'obtenir une bonne estimation de l'état du système et de l'entrée inconnue, les écarts d'estimation constatés, au voisinage de l'origine, étant dus aux conditions initiales arbitrairement choisies.

La mise en oeuvre de l'observateur proposé nécessite l'ajustement de quelques paramètres. Outre le choix des gains de l'observateur liés aux pôles souhaités et qui doit être fait en fonction du niveau de bruit affectant les mesures de la sortie, l'utilisateur peut aussi modifier certains coefficients de la matrice Λ (4) qui intervient dans la définition de

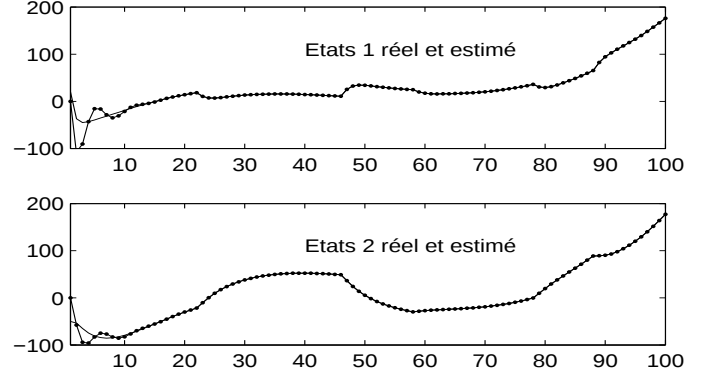


Fig. 2. Etats vrai et estimés

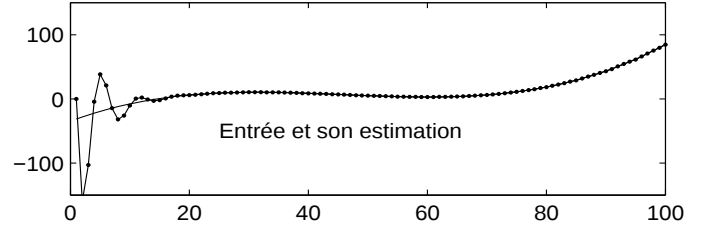


Fig. 3. Entrée inconnue et son estimée

l'entrée inconnue $\hat{d}$. Toutefois, afin de préserver le caractère intégral de l'estimation, on conseille de ne modifier que les blocs identité de la sous diagonale de la matrice Λ . Pour apprécier le rôle de cette matrice, l'exemple précédent est repris mais avec un niveau de bruit plus important sur la mesure de la sortie. Les figures (4), (5) et (6) relatent ce cas en conservant la matrice Λ initiale (4). L'estimé des états reste correct, par contre celle de l'entrée inconnue souffre de précision. Par contre, en modifiant la matrice Λ sous la forme :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha I & I & 0 & \dots & \\ \dots & & & & \\ 0 & \dots & \alpha I & I & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \alpha I & I \end{pmatrix}$$

où $0 < \alpha \leq 1$, l'estimé des états correct et l'estimé de l'entrée inconnue s'est très sensiblement améliorée. Dans les essais effectués, ce paramètre a été ajusté de façon heuristique, une analyse de sensibilité pourrait sans doute être effectuée.

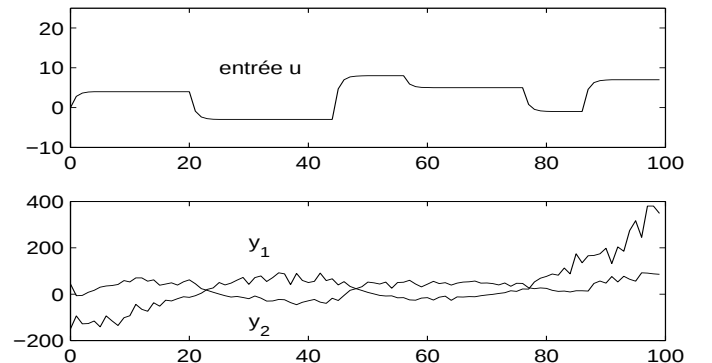


Fig. 4. Entrée et sorties mesurées

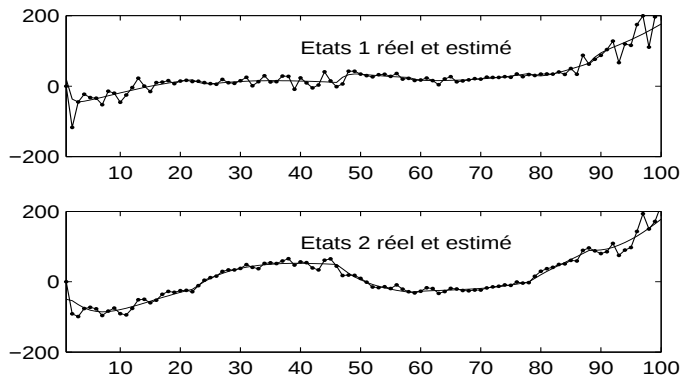


Fig. 5. Etats vrais et estimés

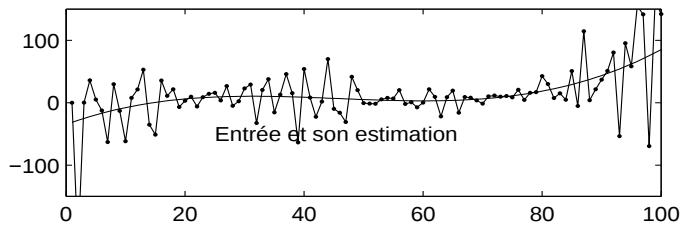


Fig. 6. Entrée inconnue et son estimée

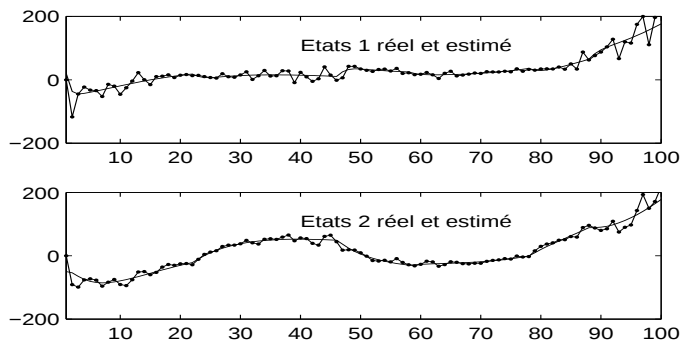


Fig. 7. Etats vrais et estimés

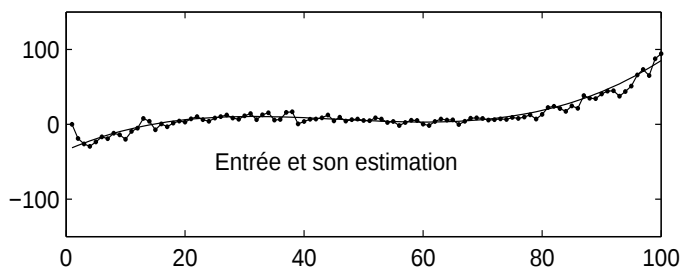


Fig. 8. Entrée inconnue et son estimée

V. CONCLUSION

Dans ce travail, on a présenté une forme générale d'observateur à entrée inconnue des systèmes linéaires à temps discret. L'approche était de concevoir un observateur proportionnel multi-intégral (PI^p) qui permet de garantir une bonne précision de l'estimation de l'état du système

malgré la présence des entrées inconnues sous forme polynomiale de degré p . L'idée sur laquelle repose cet observateur consiste à introduire des intégrations successives sur l'erreur d'estimation de sortie pour obtenir une bonne estimation de l'entrée inconnue et à partir de laquelle on corrige l'estimation de l'état. L'observateur proposé est testé sur un exemple numérique pour un système affecté par une entrée inconnue sous forme de polynôme de degré 3. Les résultats de simulation montrent la bonne précision avec laquelle l'entrée inconnue et l'état du système sont estimés en utilisant un observateur ayant trois actions intégrales (PI^3).

Dans la suite de nos travaux, il semble intéressant de généraliser cette approche à la recherche d'une classe d'entrées plus générale en recherchant d'autres structure de l'observateur multi-intégral.

RÉFÉRENCES

- [1] Luenberger D.G. An introduction to observers. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 16(6), pp. 596-602.
- [2] Duan GR, Liu GP, Thompson S. Eigenstructure assignment design for proportional-integral observers : continuous time case. IEE Proceedings Control Theory and Applications, vol 148(3), pp. 263-267, 2001.
- [3] Busawon K., Kabore P. Disturbance attention using proportional integral observers. International Journal of control, vol 74(6), pp. 618- 627, 2001.
- [4] Marx B., Koenig D. Georges D. Robust fault diagnosis for linear descriptor systems using proportional integral observers. Proceeding of the 42nd IEEE Conference on Detection and Control Maui, Hawaii USA, December 2003.
- [5] Gao Z., Ho DWC. Proportional multiple-intral observer design for descriptor systems with measurement output disturbances. IEE Proceedings Control Theory and Application, vol. 151(3), pp. 279-288, 2004.
- [6] Shafai B., Beale S., Niemann HH., Stoustrup JL. LTR Design of discrete-time proportional-integral observers. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 41(7), pp. 1056-1062, 1999.
- [7] Duan GR, Liu GP, Thompson S. Eigenstructure assignment design for proportional-integral observers : discrete-time case. International Journal of Systems Science, vol. 34(5), pp. 357-363.
- [8] Chang J. Applying discrete-time proportional-integral observers for state and disturbance estimations. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 51(5), pp. 814-818, 2006.
- [9] Beal S. Shafai B. Robust control system design with a proportional integral observer. International Journal of Control, vol. 50(1), pp97- 111, 1989.
- [10] Zhiwei G., Tim B. et Hong W. Discrete-time proportional and integral observer and observer based controller for systems with both unknown input and output disturbances. Wiley Interscience Optimal Control Applications and Methods, 2007
- [11] Weinman A. Uncertain models and robust control. Springer-Verlag Wien New York, Vienne, 1991.
- [12] Hautus M. L. J. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. Indagationes Mathematicae, vol. 31, pp. 443-448, 1969.
- [13] Koenig D. Unknown Input Proportional Multiple-Integral Observer Design for Linear Descriptor Systems : Application to State and Fault Estimation. IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 50 (2), pp. 212-217, 2005.