

Détection et isolation de défauts par analyse en composantes principales

José RAGOT, <http://perso.ensem.inpl-nancy.fr/Jose.Ragot/>

Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN)
Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL)

Nancy-Université
 INPL

JD-JN-MACS 2009

19-20 mars 2009

- 1 Généralités et Principes de l'ACP
- 2 Généralités
 - Analyse en Composantes Principales
 - Formulation de l'ACP
- 3 ACP et diagnostic
 - Quelques références sur ACP et diagnostic
 - Quelques références du laboratoire sur ACP et diagnostic
 - Réduction de dimension
 - Analysis d'une nouvelle observation
 - Diagnostic
 - Sommaire des résultats de l'ACP pour le diagnostic
 - Détection et localisation de défauts
- 4 Applications
 - Pollution de l'air
 - Station d'épuration d'eau
 - Reconnaissance de visage
- 5 Extensions et autres développements de l'ACP
 - Autres développement de l'ACP
 - Problèmes « difficiles »

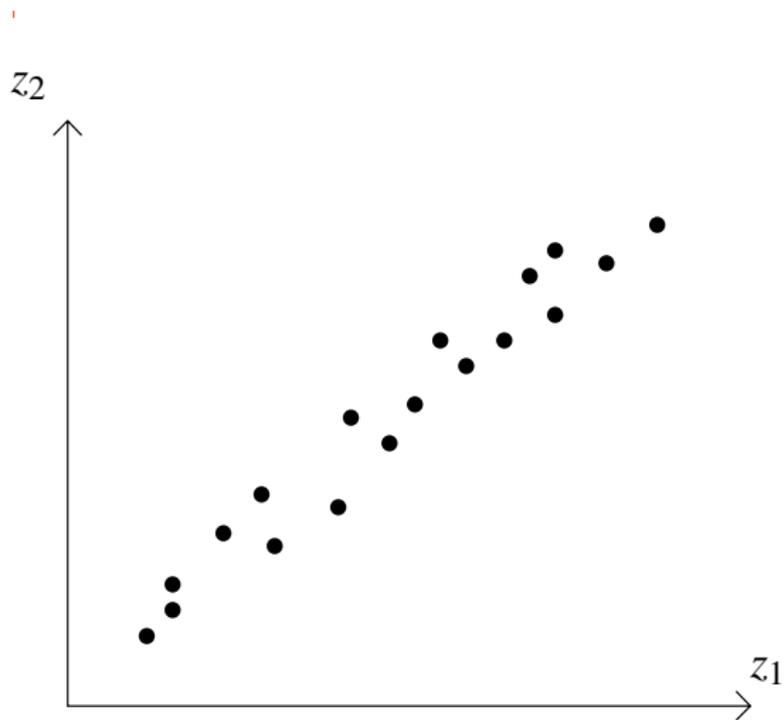
Généralités et Principes de l'ACP

1. L'ACP ?

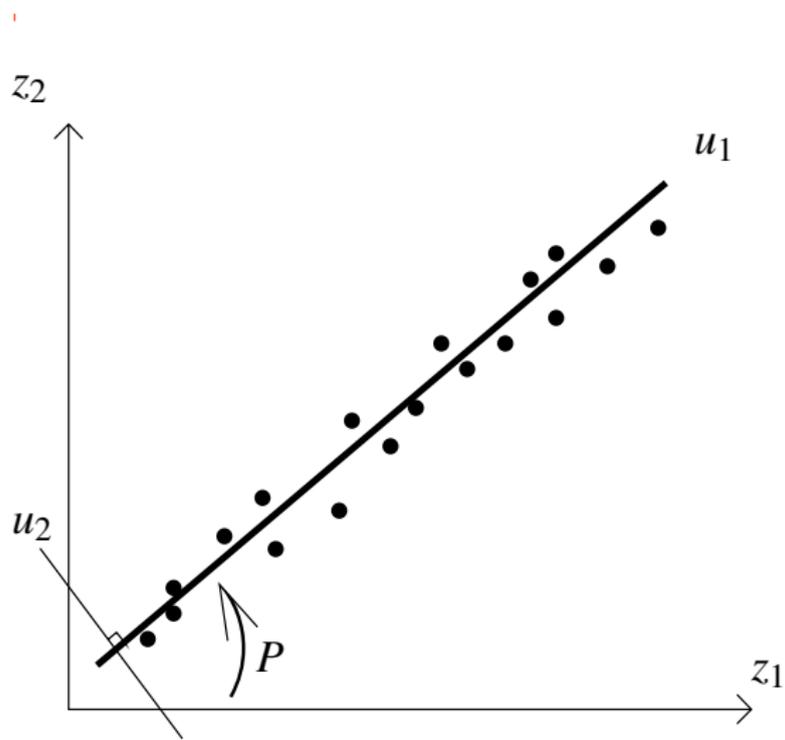
- L'ACP a été « inventée » en 1901 par Karl Pearson^a. Actuellement, l'ACP est utilisée comme outil d'exploration et d'analyse de données ainsi que pour la conception de modèles.
- L'ACP est basée sur une transformation de l'espace de représentation des données, le nouvel espace étant de dimension inférieure à celle de l'espace initial.
- Selon les domaines d'application, l'ACP est aussi connue sous le nom de transformation de Karhunen-Loève, de transformation de Hotelling ou encore de décomposition orthogonale.
- L'ACP met en œuvre une **décomposition en valeurs et vecteurs propres** de la matrice de covariance des données ou encore une décomposition en valeurs singulières de la matrice des données.

^aPearson, K. (1901). On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space. *Philosophical Magazine* 2 (6) : 559-572. <http://stat.smmu.edu.cn/history/pearson1901.pdf>.

1. Principe de l'Analyse en Composantes Principales

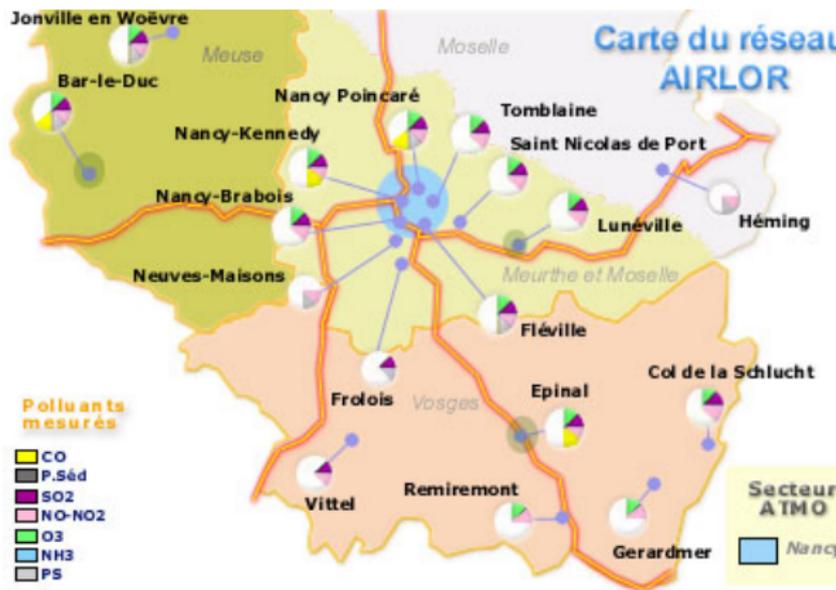


1. Principe de l'Analyse en Composantes Principales



1. Une application de l'ACP

- Analyse de la pollution atmosphérique par l'ozone
- Stations de mesures de polluants : O_3 , NO , SO_2
- Stations de mesures de paramètres climatiques : V_vent , D_vent , P_atmos , $Humidité$, T , $Ray_Solaire$...
- Réduction de la dimension de l'espace de représentation ?



1. Formulation et résultats principaux

- Données collectées sur un système

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \ddots & \dots \\ x_{N1} & \dots & x_{Nm} \end{pmatrix}$$

- L'ACP présente la particularité d'être la transformation linéaire optimale générant des variables à variance maximale. Définissons la projection :

$$p_u = Xu$$

- Matrice de variance empirique p_u :

$$\Phi_u = u^T X^T Xu$$

- Maximum de variance

$$(X^T X - \lambda I_m)u = 0$$

1. Exemple numérique

38.01	4.49	27.55	170.55	91.21
37.89	11.70	74.27	149.09	106.84
39.67	12.83	32.76	184.63	98.73
36.58	26.09	42.77	172.19	78.17
33.46	3.86	45.08	183.11	94.81
30.68	6.80	40.55	208.76	89.48
30.58	503.10	25.63	170.27	76.75
34.56	2.66	68.03	229.48	98.92
29.54	6.57	42.21	186.76	87.68
33.08	9.63	11.35	239.21	63.57
37.53	11.28	162.38	187.04	131.95
33.24	283.10	34.33	154.02	89.20
41.92	20.00	5.95	183.01	64.83
36.38	31.15	48.07	228.00	97.89
31.37	299.4	50.59	223.25	116.24
51.23	27.76	14.99	236.84	101.35
66.32	55.54	110.90	332.15	120.87
36.64	55.54	32.23	270.13	81.25
64.61	37.9 0	16.15	490.95	91.61
54.66	121.64	17.58	655.14	79.28
45.73	391.8	27.56	419.00	105.95
52.42	35.05	35.1 0	694.53	79.01
67.70	615.21	33.74	360.8 0	113.84
39.56	86.22	34.05	294.30	86.02
20.50	41.39	16.37	85.89	43.78

- Covariances

$$\begin{pmatrix} 0.96 & 0.21 & 0.04 & 0.65 & 0.37 \\ 0.21 & 0.96 & -0.14 & 0.11 & 0.18 \\ 0.04 & -0.14 & 0.96 & -0.14 & 0.67 \\ 0.65 & 0.11 & -0.14 & 0.96 & 0.04 \\ 0.37 & 0.18 & 0.67 & 0.04 & 0.96 \end{pmatrix}$$

- Vecteurs propres

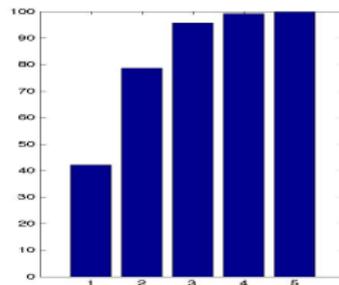
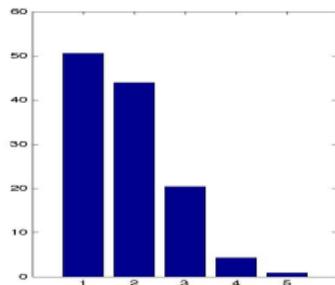
$$\begin{pmatrix} 0.56 & -0.45 & -0.18 & -0.29 & 0.59 \\ -0.22 & -0.16 & 0.89 & -0.26 & 0.25 \\ -0.44 & -0.51 & -0.13 & 0.65 & 0.31 \\ -0.61 & 0.26 & -0.34 & -0.49 & 0.43 \\ 0.23 & 0.66 & 0.14 & 0.44 & 0.54 \end{pmatrix}$$

- Valeurs propres

$$(1.96 \quad 1.62 \quad 0.96 \quad 0.29 \quad 0.15)$$

1. Exemple numérique

Distribution des valeurs propres de la matrice de covariance



2. Quelques références sur ACP et diagnostic

- 1 L.H. Chiang, E.L. Russell, R.D. Braatz. [Fault diagnosis](#) and Fisher discriminant analysis, discriminant partial least squares, and principal component analysis. Chemometrics Intell. Lab. System, 2000.
- 2 J. Gertler, J. Cao. [PCA-based fault diagnosis](#) in the presence of control and dynamics. AIChE Journal, 2004.
- 3 J.M. Lee, C. Yoo. [Fault detection](#) of batch processes using multiway kernel principal component analysis. Computers & Chemical Engineering, 2004.
- 4 X. Sun, H. J. Marquez, T. Chena, M. Riaz. An improved PCA method with application to boiler [leak detection](#), ISA Transactions, 2005.
- 5 G. Kerschen, P. De Boe, J.C. Golinval, K. Worden. [Sensor validation](#) using principal component analysis, Smart Materials and Structures, 2005.
- 6 J. Mina, C. Verde. [Fault Detection](#) for Large Scale Systems Using Dynamic Principal Components Analysis with Adaptation, International Journal of computers, communications and control, 2007.
- 7 N. Pessel, J.-F. Balmat, F. Lafont, J. Bonnal. An Improved PCA [Fault Detection](#) for the Diagnosis. Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Automatic Control, Modeling and Simulation, Istanbul, 2007.
- 8 J.C. Jeng, C.C. Li, H.P. Huang. [Fault detection and isolation](#) for dynamic processes using recursive principal component analysis (PCA) based on filtering of signals. Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering, 2007.
- 9 L. Elshenawy, S. Ding. An advanced PCA for [process monitoring](#) : a benchmark study. IAR / ACD, Coventry, 2008.

2. Quelques références du laboratoire sur ACP et diagnostic

- 1 Harkat M.F., Mourot G., Ragot J. Nonlinear PCA combining principal curves and RBF-networks for [process monitoring](#). 42th IEEE CDC, 2003.
- 2 Harkat M.F., Mourot G., Ragot J. [Variable reconstruction](#) using RBF-NLPCA for process monitoring. 5th IFAC Safeprocess, 2003.
- 3 Harkat M.F., Ragot J., Mourot G. [Sensor fault detection](#) of an air quality monitoring network using nonlinear principal component analysis. 16th IFAC World Congress, 2005.
- 4 Tharrault Y., Mourot Y., Ragot J., Fiorelli D., Gillé S. Identification of analytical redundancy relations design for sensor [fault diagnosis](#) of a wastewater treatment station. Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD'2006, Nancy, France.
- 5 Harkat M.F., Mourot G., Ragot J. An improved PCA scheme for [sensor FDI](#) application to an air quality monitoring network. Journal of Process Control, 16 (6), 2006.
- 6 Tharrault Y., Mourot G., Ragot J. [Fault detection and isolation](#) with robust principal component analysis. 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, 2008.
- 7 Tharrault Y. [Diagnostic de fonctionnement](#) par analyse en composantes principales : Application à une station de traitement des eaux usées. Institut National Polytechnique de Lorraine, PHD Thesis, 2008.
- 8 Tharrault Y., Mourot G., Ragot J., Maquin D. [Fault detection and isolation](#) with robust principal component analysis. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 18, 2008.
- 9 Tharrault Y., Mourot G., Ragot J. [Diagnosis](#) based on robust principal component analysis. 7th IFAC Safeprocess, 2009.
- 10 Harkat M.F., Mourot G., Ragot J. [Multiple Sensor fault detection and isolation](#) of an air quality monitoring network using RBF-NLPCA model, 7th IFAC Safeprocess, 2009.

2. Principe de la réduction de dimension

- Définition

$$X = TP^T, \quad T = (t_1 \ \dots \ t_m) \in \mathcal{R}^{N \times m} : \text{composantes principales}$$

$$T = XP, \quad P = (p_1 \ \dots \ p_m) \in \mathcal{R}^{m \times m} : \text{vecteurs propres}$$

$$\Sigma = P\Lambda P^T, \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_1 \ \dots \ \lambda_m) \in \mathcal{R}^{m \times m} : \text{valeurs propres}$$

- Décomposition de la matrice de variance-covariance

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda^{(\ell)} & 0 \\ 0 & \Lambda^{(m-\ell)} \end{pmatrix} \quad P = (P^{(\ell)} \mid P^{(m-\ell)}) \quad T = (T^{(\ell)} \mid T^{(m-\ell)})$$

$$\boxed{X = \hat{X} + \tilde{X}}$$

$$\hat{X} = XC^{(\ell)}$$

$$C^{(\ell)} = P^{(\ell)}P^{(\ell)T}$$

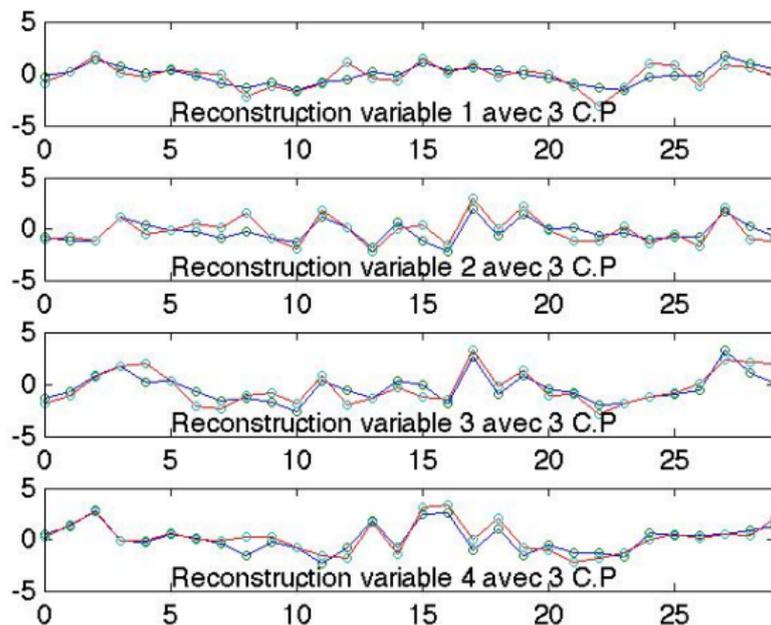
$$\tilde{X} = XC^{(m-\ell)}$$

$$C^{(m-\ell)} = I_m - P^{(\ell)}P^{(\ell)T}$$

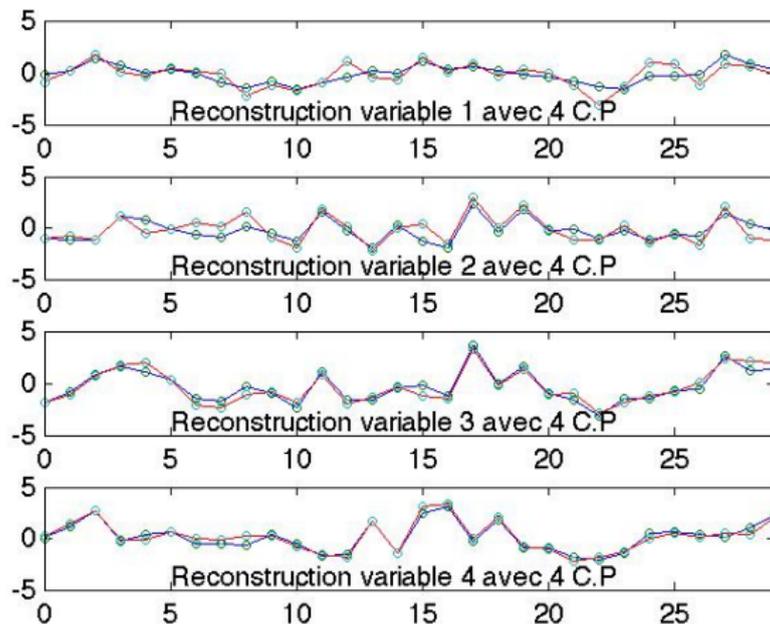
2. Programme MATLAB élémentaires

- Aquisition des données
- Normalisation : centrage et réduction
- Calcul de la matrice de covariance
- Décomposition
- Sélection du nombre de composantes principales
- Reconstruction des données à partir des composantes principales

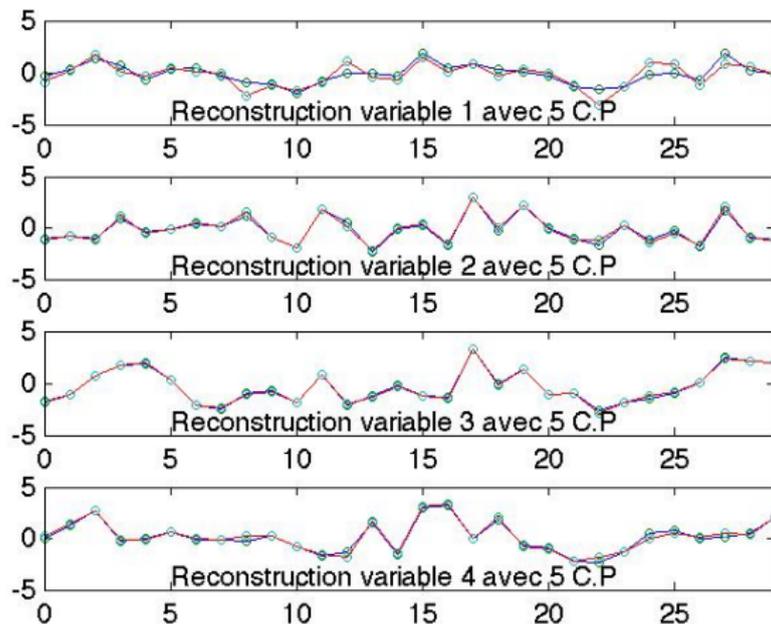
2. Programme MATLAB élémentaires : résultats



2. Programme MATLAB élémentaires : résultats



2. Programme MATLAB élémentaires : résultats



2. Décomposition d'une nouvelle observation

- A l'instant k , considérons une nouvelle information $x = x(k)$
- Décomposition de x

$$\hat{x} = C^{(\ell)} x$$

$$C^{(\ell)} = P^{(\ell)} P^{(\ell)T}$$

$$\tilde{x} = C^{(m-\ell)} x$$

$$C^{(m-\ell)} = I_m - P^{(\ell)} P^{(\ell)T}$$

- Idée pour le diagnostic : analyse de l'amplitude de \tilde{x}

2. Reconstruction d'une variable

- Reconstruction d'état

$$x = (x_1 \quad \dots \quad x_{r-1} \quad \boxed{x_r} \quad x_{r+1} \quad \dots \quad x_m)$$
$$\hat{x}_r = (x_1 \quad \dots \quad x_{r-1} \quad \boxed{z_r} \quad x_{r+1} \quad \dots \quad x_m)$$
$$c_r^T = (c_{r,1} \quad \dots \quad c_{r,r-1} \quad c_{r,r} \quad c_{r,r+1} \quad \dots \quad c_{r,m})$$

$$z_r = \frac{[c_{-r}^T \quad 0 \quad c_{+r}^T] x}{1 - c_{rr}}$$

- Un formalisme plus général de reconstruction

$$\hat{x}_r^{(\ell)} = G_r^{(\ell)} x$$
$$G_r^{(\ell)} = \begin{pmatrix} I_{r-1} & 0 & 0_{r-1} \\ c_{-r}^T & 0 & c_{+r}^T \\ 0_{r-1} & 0 & I_r \end{pmatrix}$$

- Il est possible (sous condition) de reconstruire n'importe qu'elle composante de x en utilisant les $(m - 1)$ composantes restantes.

2. Généralisation : reconstruction de plusieurs variables

- Composantes r et ℓ sont candidates à la reconstruction

$$x_{rs}^{(\ell)} = \left(x_{-r}^T \quad \boxed{x_r} \quad x_{+r-s}^T \quad \boxed{x_s} \quad x_{+s}^T \right)$$

$$\hat{x}_{rs}^{(\ell)} = \left(x_{-r}^T \quad \boxed{\hat{z}_r} \quad x_{+r-s}^T \quad \boxed{\hat{z}_s} \quad x_{+s}^T \right)$$

- Reconstruction du vecteur x

$$\hat{x}_{rs}^{(\ell)} = G_{rs}^{(\ell)} x$$

$$\begin{cases} G_{rs}^{(\ell)} = (I - \xi_{rs} C^{(\ell)} \xi_{rs})^{-1} (I + \xi_{rs} C^{(\ell)}) (I - \xi_{rs}) \\ \xi_{rs} = h_{rs} h_{rs}^T, \quad \in \mathcal{R}^{n,n} \\ h_{rs} = (\xi_r \quad \xi_s), \quad \in \mathcal{R}^{n,2} \end{cases}$$

- Il es possible de reconstruire (sous condition) n'importe quelle paire de composantes de x en utilisant les $(m - 2)$ composantes restantes.

2. Sommaire des résultats de l'ACP pour le diagnostic

- Projection des données dans le sous-espace résiduel

$$\tilde{x} = (I - C^{(\ell)}) x$$

- Reconstruction

$$\hat{x}_r^{(\ell)} = G_r^{(\ell)} x \quad r = 1..n$$

- Projection des reconstructions dans le sous-espace résiduel

$$\tilde{x}_r^{(\ell)} = (I - C^{(\ell)}) \hat{x}_r^{(\ell)} = P_r^{(\ell)} x \quad r = 1..n$$

$$P_r^{(\ell)} = I - C^{(\ell)} - \frac{(I - C^{(\ell)}) \xi_r \xi_r^T (I - C^{(\ell)})}{1 - \xi_r^T C^{(\ell)} \xi_r}$$

- Détection de défauts : analyse de \tilde{x} , $\hat{x}_r^{(\ell)}$ et $\tilde{x}_r^{(\ell)}$

2. Deux propriétés importantes pour l'isolabilité des défauts

$$P_r^{(\ell)} = I - C^{(\ell)} - \frac{(I - C^{(\ell)})\xi_r \xi_r^T (I - C^{(\ell)})}{1 - \xi_r^T C^{(\ell)} \xi_r}$$

Deux propriétés importantes pour l'isolabilité des défauts

$$\begin{cases} P_r^{(\ell)} \xi_r = 0 \\ \xi_r^T P_r^{(\ell)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{La colonne } r \text{ et la ligne } r \text{ ne contiennent que des « 0 »}$$

X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X

 ·

0
1
0
0

 =

0
0
0
0

0	0	1	0
---	---	---	---

 ·

X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	X

 =

0
0
0
0

2. Détection et localisation de défauts

- Influence des défauts sur la projection des reconstructions

$$x = x^* + \varepsilon + \xi_f d$$

$$\xi_f = (0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T$$

$$\tilde{x}_r^{(\ell)} = (I - C^{(\ell)}) \hat{x}_r^{(\ell)} = P_r^{(\ell)} x$$

$$\mathcal{E}sp(\tilde{x}_r^{(\ell)}) = P_r^{(\ell)} \xi_f d$$

- Détection et isolation : analyse de la structure de la matrice

$$P_r^{(\ell)} \xi_f$$

- Si la direction de reconstruction ξ_r est celle du défaut $\xi_r = \xi_f$, alors toutes les composantes de $P_r^{(\ell)} \xi_f$ sont nulles et $\mathcal{E}(\tilde{x}_r^{(\ell)}) = 0$
- Si la direction de reconstruction ξ_r est différente de celle du défaut alors les composantes de $P_r^{(\ell)} \xi_f$ ne sont pas a priori nulles, exceptées la composante de rang r^{th} .

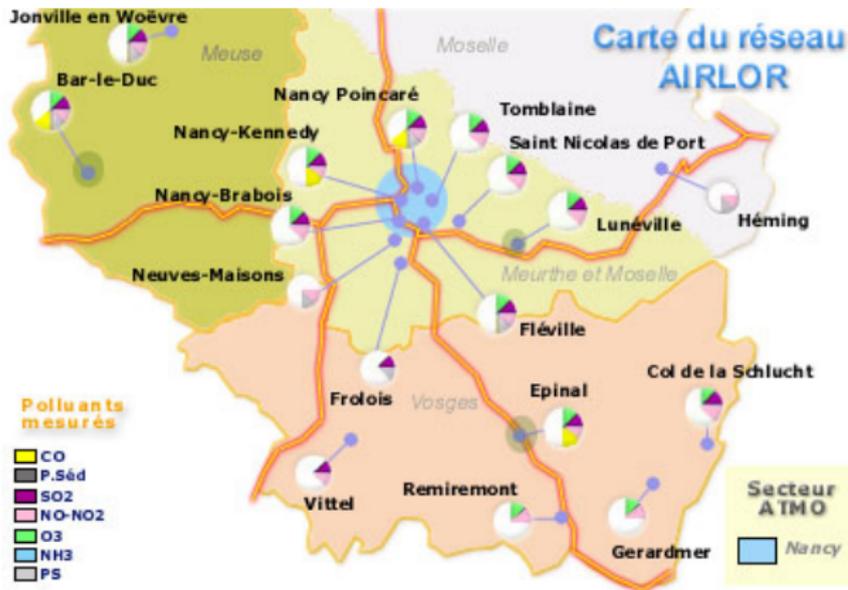
Applications

3. Applications traitées au laboratoire

Surveillance de la qualité de l'air. Détection de Niveau d'Ozone	AIRLOR (Association Surveillance Etude Pollution Atmosphérique Lorraine), Vandœuvre les Nancy	PHD Thésés de M. F. Harkat, 2002
Station d'épuration d'eaux urbaines : modélisation et diagnostic	Centre de Recherche Publique H. Tudor, Esch sur Alzette (Luxemburg)	PHD Thésés de Y. Tharrault, 2008
Diagnostic de pompes dans les centrales nucléaires	E&D EDF (Groupe Systèmes d'Information et de Surveillance), Chatou	Thésés de F. Ankoud, 2011

3. Pollution de l'air

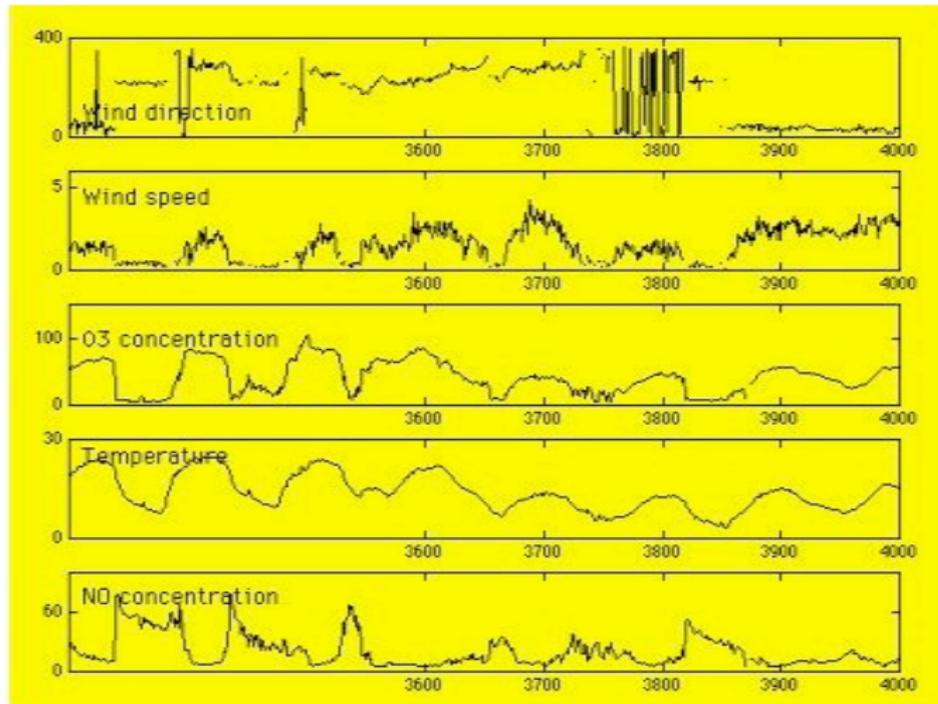
● Carte du réseau lorrain



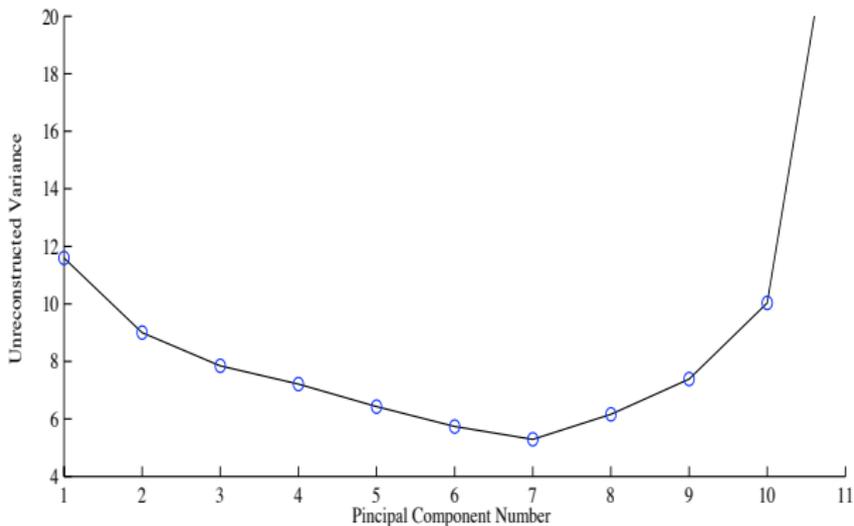
● Objectifs

3. Pollution de l'air

Quelques signaux

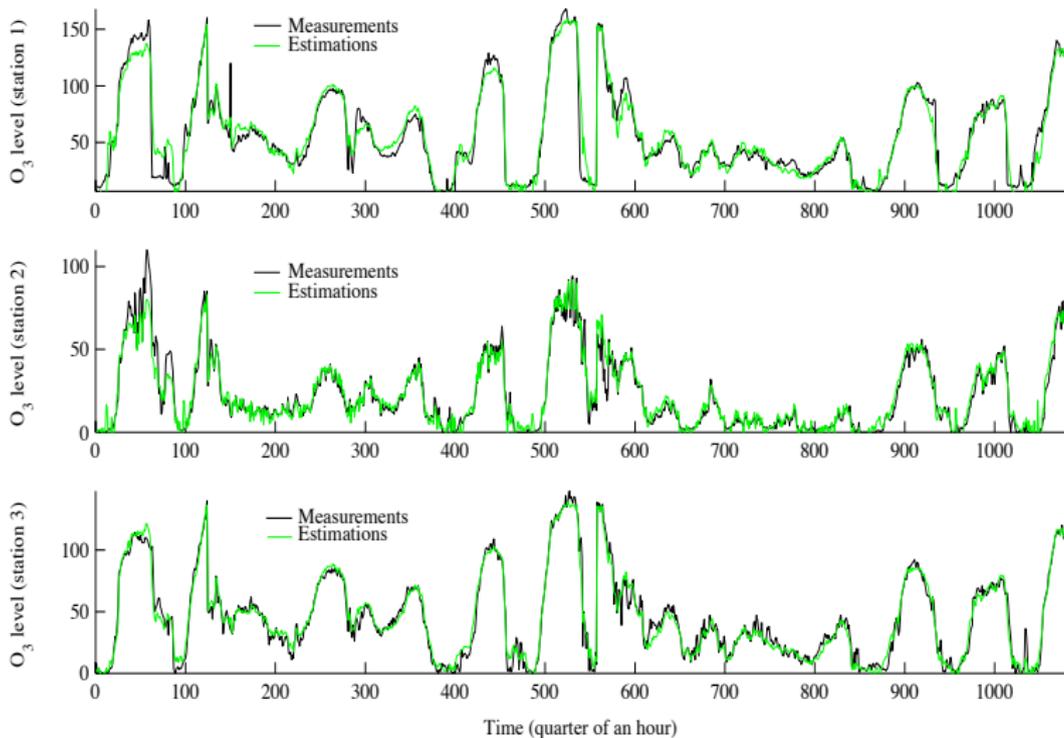


Choix du nombre de composantes principales



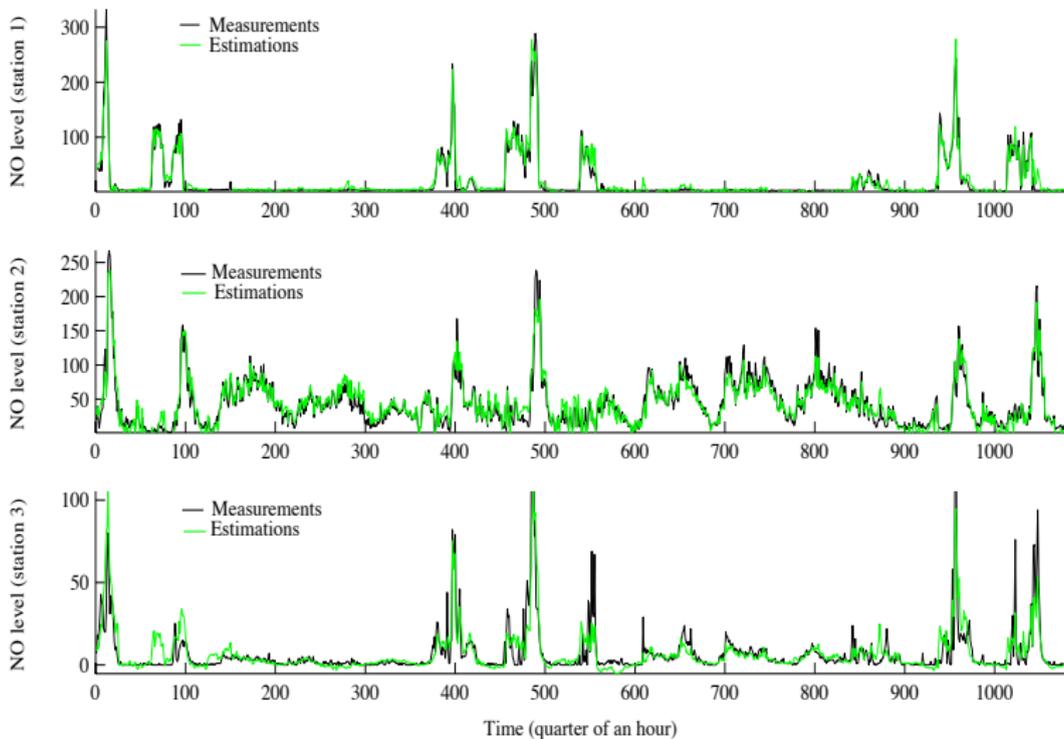
3. Pollution de l'air

Reconstruction de la variable ozone



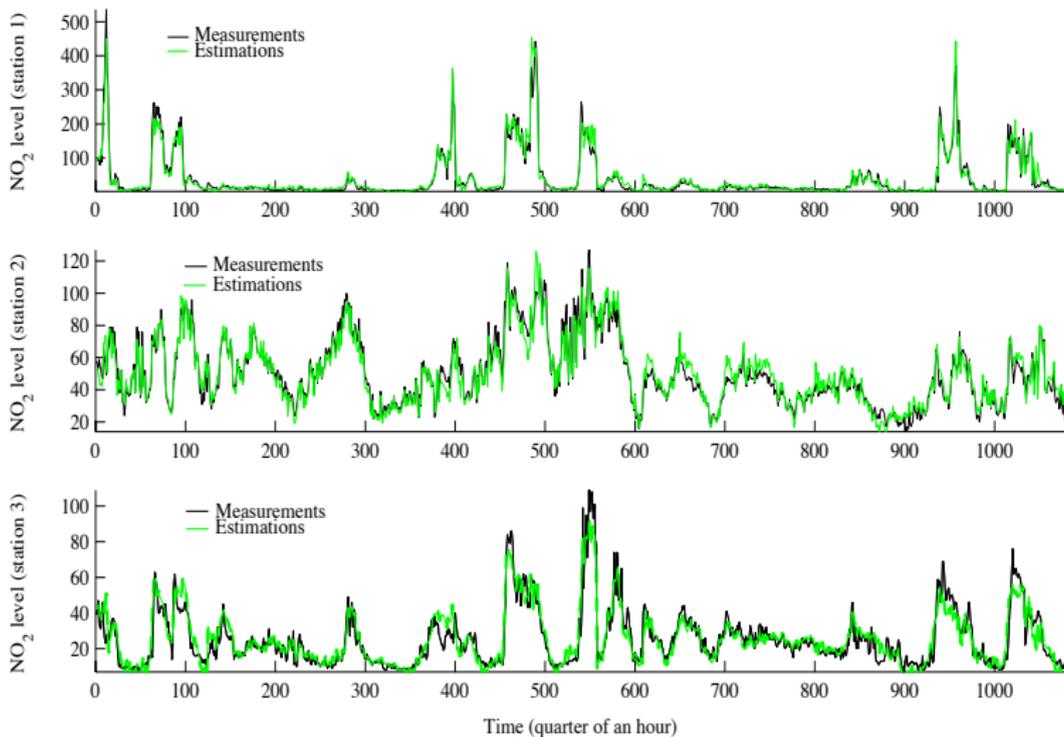
3. Pollution de l'air

Reconstruction de la variable oxyde d'azote



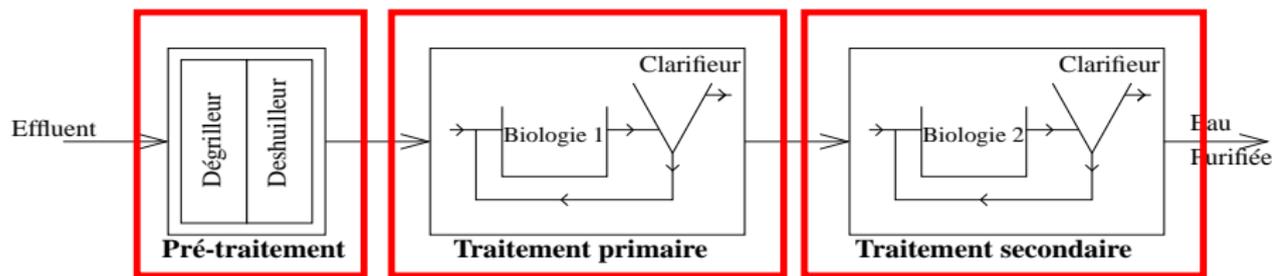
3. Pollution de l'air

Reconstruction de la variable dioxyde d'azote



3. Station d'épuration d'eau

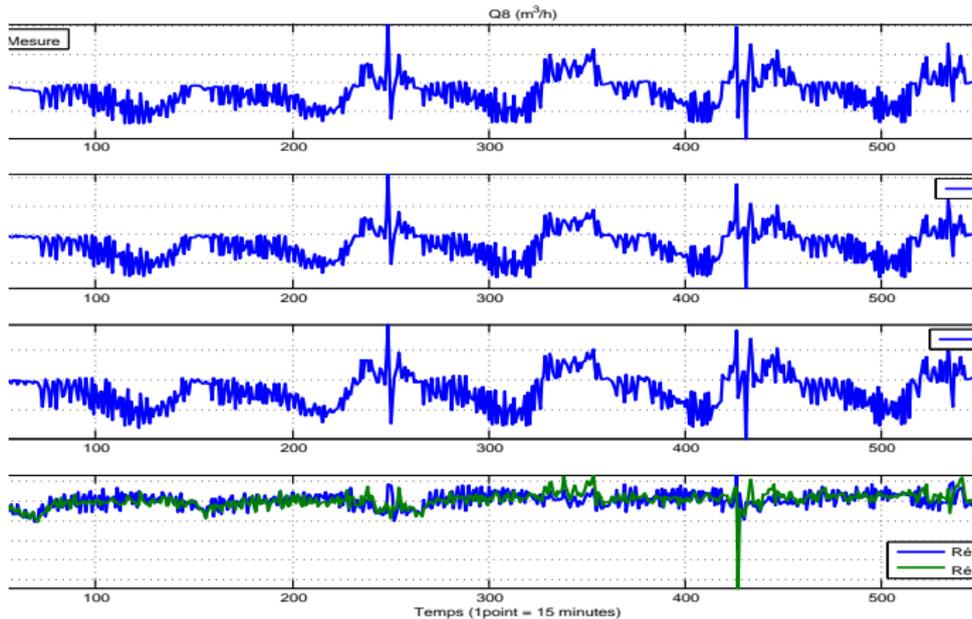
- Schéma de principe d'une station d'épuration



- Objectifs d'une station d'épuration
- Etude réalisée

3. Station d'épuration d'eau

Reconstruction d'un débit d'effluent



3. Reconnaissance de visage

Banque d'images de référence pour l'apprentissage



3. Reconnaissance de visage

Banque d'images à reconnaître



3. Reconnaissance de visage

- Transformation image $N \times N$ en vecteur N^2 :

$$x = (x_1 \dots x_2 \dots x_{N^2})$$

- Moyenne

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

- Centrage des images

$$\tilde{x} = x_i - m$$

- Matrice de covariance
- Valeurs et vecteurs propres
- Sélection des composantes principales « C.P. »
- Projection des images de référence sur les « C.P. »
- Projection de l'image à reconnaître sur les « C.P. »
- Principe de reconnaissance : comparaison des projections

3. Reconnaissance de visage

Quelques vecteurs propres (« eigenfaces »)



3. Reconnaissance de visage

Individu à reconnaître



3. Application sur un exemple en simulation

$$\begin{aligned}
 x_{i,1} &= v_i^2 + \sin(0.1i) \quad v_i \sim \mathcal{N}(0,1) \\
 x_{i,2} &= 2 \sin(i/6) \cos(i/4) \exp(-i/N) \\
 x_{i,3} &= \log(x_{i,2}^2) \\
 x_{i,4} &= x_{i,1} + x_{i,2} \\
 x_{i,5} &= x_{i,1} - x_{i,2} \\
 x_{i,6} &= 2x_{i,1} + x_{i,2} \\
 x_{i,7} &= x_{i,1} + x_{i,3} \\
 x_{i,8} &\sim \mathcal{N}(0,1) \\
 x_{i,9} &\sim \mathcal{N}(0,1)
 \end{aligned}$$

δ_i Défaut sur la variable i
 Δ_{mn} Résidus calculés sans
 les variables m et n

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{23}	δ_{24}	δ_{34}
Δ_1	0	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_2	×	0	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_3	×	×	0	×	×	×	×	×	×	×
Δ_4	×	×	×	0	×	×	×	×	×	×
Δ_5	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_6	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{12}	0	0	×	×	0	×	×	×	×	×
Δ_{13}	0	×	0	×	×	0	×	×	×	×
Δ_{14}	0	×	×	0	×	×	0	×	×	×
Δ_{15}	0	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{16}	0	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{23}	×	0	0	×	×	×	×	0	×	×
Δ_{24}	×	0	×	0	×	×	×	×	0	×
Δ_{25}	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{26}	×	0	×	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{34}	×	×	0	0	×	×	×	×	×	0
Δ_{35}	×	×	0	×	×	×	×	×	×	×
Δ_{36}	×	×	0	×	×	×	×	×	×	×

3. Application

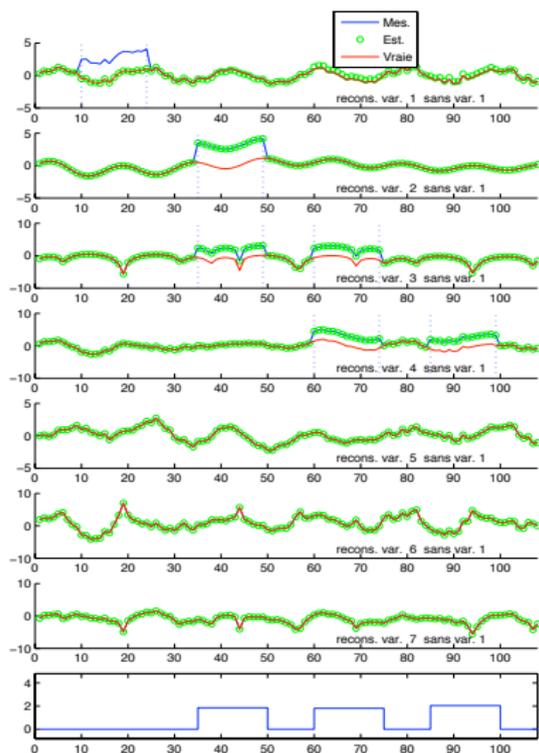


FIG.: Reconstruction sans utiliser la variable 1 et indicateur de défaut

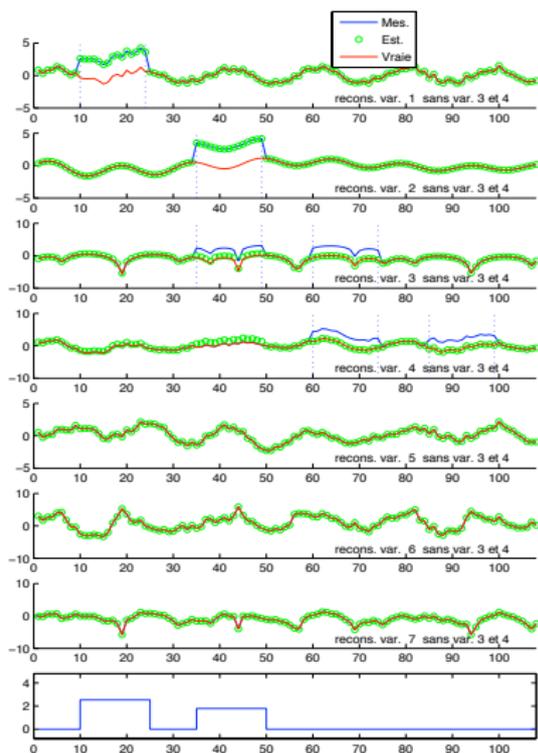


FIG.: Reconstruction sans utiliser les variables 3 et 4 et indicateur de défaut

Extensions et autres développements de l'ACP

4. Autres développement de l'ACP

- ACP appliquée à la détection de changement de mode de fonctionnement
- ACP partielle ^a
- APCI Composantes Principales Indépendantes
- APCI Composantes Principales Incrémentales
- PARAFAC ^b
- ACP using interval data ^c
- Spaghetti ACP ^d
- ACP robuste
- Residual structuration for fault isolation

^aJ. Cao. Partial PCA-based optimal structured residual design for fault isolation. Americal Control Conference, 2004.

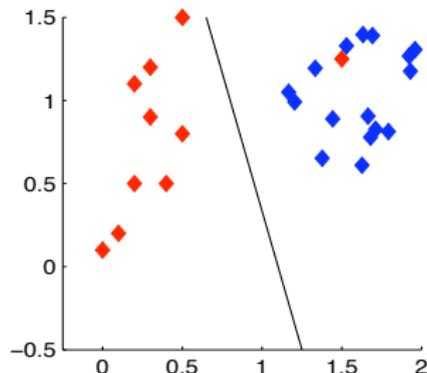
^bJ. Castaing. Méthodes PARAFAC pour la séparation de signaux. Thèse de l'Université de Cergy-Pontoise, 2006.

^cF. Gioia, C.N. Lauro. Principal component analysis on interval data. Comput. Stat. 21, 2, 343-363, 2006.

^dA. Irpino. "Spaghetti" PCA analysis : An extension of principal components analysis to time dependent interval data, 2006.

4. ACP robuste aux valeurs aberrantes

- ROBPCA : ACP robuste



- Première idée : distributions contaminées

$$p(\varepsilon) = \mu \mathcal{N}(0, \sigma_1^2) + (1 - \mu) \mathcal{N}(0, \sigma_2^2)$$

- Deuxième idée : matrice de covariance robuste

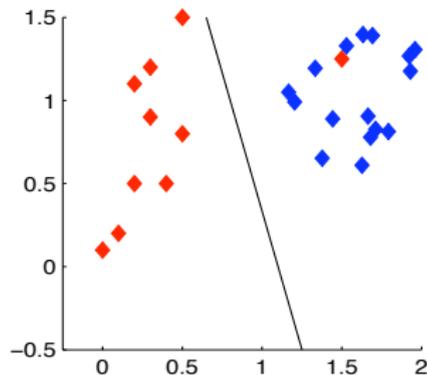
$$V = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w(i,j) (x(i) - x(j)) (\bullet)^T}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w(i,j)}$$

où les poids $w(i,j)$ sont définis par :

$$w(i,j) = \exp\left(-\frac{\beta}{2} \|x(i) - x(j)\|_{\Sigma^{-1}}^2\right)$$

4. ACP robuste aux valeurs aberrantes

- ROBPCA : ACP robuste



- Première idée : distributions contaminées

$$p(\varepsilon) = \mu \mathcal{N}(0, \sigma_1^2) + (1 - \mu) \mathcal{N}(0, \sigma_2^2)$$

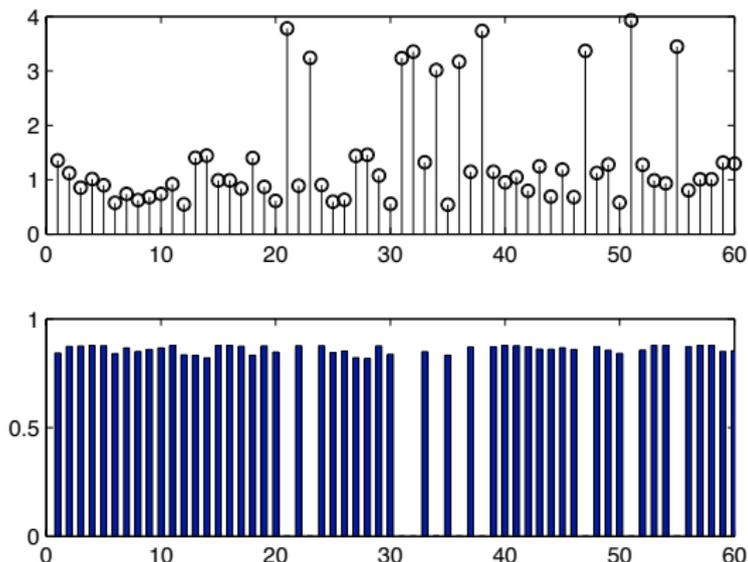
- Deuxième idée : matrice de covariance robuste

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w(i,j) (x(i) - x(j)) (\bullet)^T}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w(i,j)}$$

où les poids $w(i,j)$ sont définis par :

$$w(i,j) = \exp\left(-\frac{\beta}{2} \|x(i) - x(j)\|_{\Sigma^{-1}}^2\right)$$

4. Variance robuste : un exemple simple



	Moyenne	Ecart-type
sans val.aberr.	0.964	0.279
avec val. aberr. standard	1.380	0.964
avec val. aberr. robuste	0.970	0.274

4. Implémentation : ACP en ligne

- Mise à jour des valeurs propre d'une matrice de variance-covariance

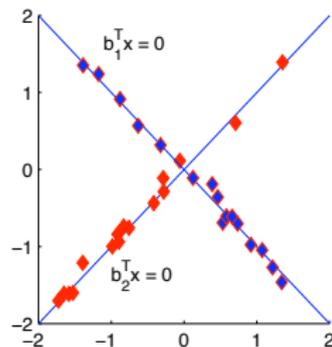
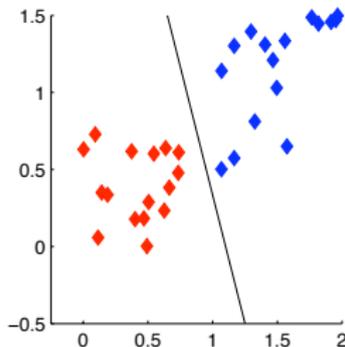
$$Av = \lambda v, \quad A = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k)x^T(k)$$

$$v(k) = \frac{k-1}{k} v(k-1) + \frac{1}{k} x(k)x^T(k) \frac{v(k-1)}{\|v(k-1)\|}$$

- Application à la surveillance de système

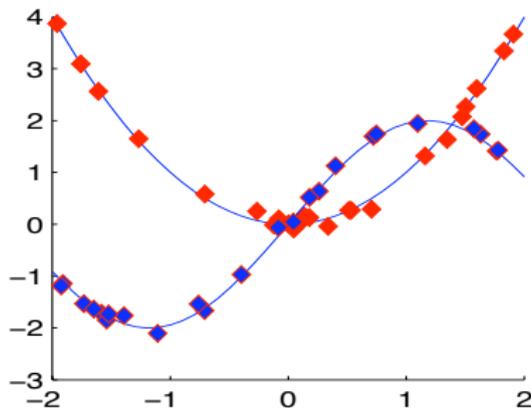
4. ACP appliquée à la détection de changement de modes

- Les deux figures ci-dessous représentent, dans le cas de systèmes caractérisés par deux variables, deux situations typiques où plusieurs modes de fonctionnement existent.
- Le problème qui se pose est multiple :
 - dénombrer les modes de fonctionnement
 - reconnaître les données appartenant à chaque mode
 - caractériser chaque mode de fonctionnement par un modèle



4. ACP appliquée à la détection de changement de modes

- La situation peut encore se compliquer en fonction de la nature des modèles décrivant les modes de fonctionnement.
- L'Analyse en Composantes Principales Généralisées peut-être un premier élément de réponse.
- Rappelons que des méthodes itératives existent et traitent ce problème par une succession d'étapes d'estimation et de segmentation de données :
 - les données étant partitionnées : estimer les modèles,
 - les modèles étant donnés : partitionner les données

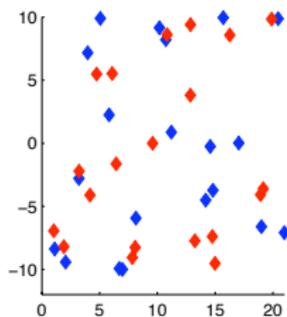


4. Développements possibles : ACP à noyaux

- ACP

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k x_k^T$$

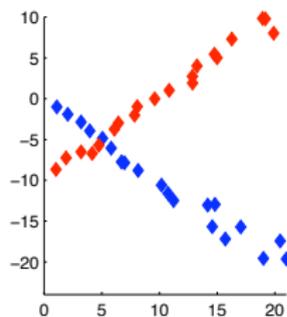
$$Cv = \lambda v$$



- ACP à noyaux

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Phi(x_k) \Phi(x_k)^T$$

$$Cv = \lambda v$$



Perspectives de développement de l'ACP

- Systèmes dynamiques
- Systèmes non linéaires
- Reconnaissance des modes de fonctionnement
- Prise en compte de la persistance des défauts
- Liens avec d'autres techniques : sous-espaces



José RAGOT

Professor in Automatic Control

<http://perso.ensem.inpl-nancy.fr/Jose.Ragot/jose.ragot@ensem.inpl-nancy.fr>



National Centre for Scientific Research

<http://www.cnrs.fr/>



National Polytechnique Institute of Nancy

<http://www.inpl-nancy.fr/>



National High School in Geological Engineering

<http://www.ensg.inpl-nancy.fr/>



Research Center for Automatic Control

<http://www.cran.uhp-nancy.fr/>