

Estimation d'état et d'entrées inconnues d'un système non linéaire, représenté sous forme multimodèle

A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, D. Maquin
Centre de Recherche en Automatique de Nancy,
INPL CNRS UMR 7039.

2, Avenue de la forêt de Haye. 54516 Vandoeuvre, France.
E-mail : {aakhenak, mchadli, jragot, dmaquin}@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé—Dans cet article, nous proposons une méthode d'estimation d'état d'un système non linéaire représenté par un multimodèle soumis à l'influence d'entrées inconnues. L'objectif est d'estimer simultanément l'état et les entrées inconnues. Pour cela, on propose la synthèse d'un multiobservateur basée sur l'élimination de ces entrées inconnues. On montre comment déterminer les gains du multiobservateur, qui sont solutions d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMI). Ensuite, nous proposons une méthode originale pour l'estimation des entrées inconnues. Un exemple académique illustre les performances du multiobservateur proposé.

Mots clés : Système à entrées inconnues, Approche multimodèle, Multiobservateur, Estimation d'état et d'entrées inconnues, Stabilité asymptotique, Inégalités linéaires matricielles (LMI).

I. INTRODUCTION

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations qui ont comme origine des bruits dûs à l'environnement du processus, des incertitudes de mesures, des défauts de capteurs ou d'actionneur ; ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement normal du processus et leur estimation peut servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser les effets. Les perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles affectent l'entrée du processus et leur présence peut rendre difficile l'estimation de l'état du système.

Plusieurs travaux ont été réalisés concernant l'estimation de l'état et de la sortie en présence d'entrées inconnues [1] ; ils peuvent être regroupés en deux catégories. La première suppose la connaissance a priori d'informations sur ces entrées non mesurables ; en particulier, Johnson [8] propose une approche polynomiale et Meditch [12] suggère d'approcher les entrées inconnues par la réponse d'un système dynamique connu. La deuxième catégorie procède soit par estimation de l'entrée inconnue, soit par son élimination complète des équations du système.

Certaines techniques ne nécessitent pas l'élimination des entrées inconnues. Wang [16] propose la conception d'un observateur capable de reconstruire entièrement l'état d'un système linéaire en présence d'entrées inconnues ; Kobayashi [9] et Lyubchik [11] utilisent une méthode d'inversion de modèle pour l'estimation d'état.

Parmi les techniques qui permettent l'élimination des entrées inconnues, celle de Kudva [10] s'intéresse, dans le

cas des systèmes linéaires, aux conditions d'existence de l'observateur d'un système à entrées inconnues en se basant sur la technique d'inverse généralisée de matrice. Guan a procédé à l'élimination des entrées inconnues des équations d'état d'un système linéaire continu [6]. Beaucoup d'autres variantes existent, mais la grande majorité d'entre elles ont été développées pour des systèmes linéaires.

Cependant, les systèmes physiques réels sont souvent non linéaires. Comme, il est délicat de synthétiser un observateur pour un système non linéaire, nous avons préféré représenter ces systèmes sous forme multimodèle. L'idée de l'approche multimodèle est d'appréhender le comportement global d'un système par un ensemble de modèles locaux (linéaires ou affines), chaque modèle local caractérisant le fonctionnement du système dans une zone de fonctionnement particulière. Les modèles locaux sont ensuite agrégés au moyen d'un mécanisme d'interpolation.

La motivation de cette approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir un modèle qui tient compte de toute la complexité du système étudié. En 1985, Takagi et Sugeno [15], ont présenté un modèle flou d'un système constitué d'un ensemble de règles " si prémisse alors conséquence ", tel que la conséquence d'une règle est un modèle local affine ; le modèle global s'obtient par la somme des modèles locaux pondérés par des fonctions d'activation associées à chaque modèle local.

La technique que nous proposons dans cet article consiste à associer à chaque modèle local un observateur local. L'observateur global (multiobservateur) est la somme des observateurs locaux pondérés par les fonctions d'activation associées aux modèles locaux [13]. Notre contribution réside dans la construction de ce multiobservateur qui s'affranchit de la présence d'entrées inconnues. La stabilité du multiobservateur est assurée par la recherche de matrices de Lyapunov appropriées.

II. ESTIMATION D'ÉTAT ET DES ENTRÉES INCONNUES D'UN MULTIMODÈLE

Le concept de mode glissant a émergé en Union Soviétique vers la fin des années 60, où des lois de commande discontinues pour les systèmes dynamiques ont été analysées. En utilisant une loi de commande commutée judicieuse, on a constaté que les états du système pouvaient être forcés pour

atteindre et rester ultérieurement sur une surface prédéfinie dans l'espace d'état. Contraint sur cette surface, le mouvement résultant, appelé mouvement glissant, s'est avéré peu sensible à toutes les incertitudes ou signaux externes de perturbation. Cette propriété inhérente de robustesse a eu comme conséquence le développement de recherches dans le domaine de la commande par modes glissants. Ces idées ont été ultérieurement utilisées dans d'autres situations comprenant le problème d'estimation d'état par l'intermédiaire d'un observateur. Les premiers travaux ont été réalisés par Utkin en utilisant une structure discontinue dans un observateur [17]. Walcott et Zak ont utilisé une approche basée sur la méthode de Lyapunov consistant à synthétiser un observateur qui, avec des hypothèses appropriées, assure la décroissance asymptotique de l'erreur d'estimation d'état même en présence de non linéarités et d'incertitudes sur l'entrée du système [18]. Edwards et Spurgeon [19] et [20] ont proposé une stratégie de conception d'observateur, semblable du point de vue structure de modèle à celle de Walcott et Zak, en offrant de plus un algorithme explicite de conception. Dans le cadre de l'approche multimodèle, la synthèse de régulateur par modes glissants a été également considérée [10]. L'étude proposée concerne la conception d'un multiobservateur à modes glissants, capable de reconstruire le vecteur d'état et le vecteur de sortie en présence d'entrées inconnues, tel que chaque observateur local est un observateur du type de celui développé par Walcott et Zak [18].

Dans ce travail, nous considérons l'estimation des vecteurs d'état et d'entrées inconnues d'un système non linéaire représenté sous forme multimodèle, en utilisant un multiobservateur basé sur une somme pondérée d'observateurs locaux de type Luenberger doté d'un terme glissant afin de compenser l'effet des entrées inconnues.

Nous étudions également la stabilité de ce multiobservateur selon la méthode de Lyapunov ce qui conduit à l'élaboration des contraintes exprimées sous forme LMI [2] [3].

Considérons un système non linéaire, représenté sous forme multimodèle et dépendant d'entrées inconnues.

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) (A_i x + B_i u + R_i \bar{u}(t) + D_i) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi) \leq 1 \forall i = \{1, \dots, M\} \end{cases}$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées, $\bar{u}(t) \in \mathbb{R}^q$, $q < n$, est le vecteur des entrées inconnues et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur des sorties mesurables. Pour le i^{eme} modèle local, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée, $R_i \in \mathbb{R}^{n \times q}$ est la matrice d'influence des entrées inconnues et $D_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ représente un vecteur dépendant du point de fonctionnement ; $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est la matrice de sortie. Enfin, $\xi(t)$ représente le vecteur de décision dépendant

de l'entrée connue et/ou des variables d'état mesurables. La procédure permettant d'obtenir cette structure et d'estimer ses paramètres n'est pas développée ici ; indiquons simplement que l'on peut utiliser des techniques d'estimation paramétrique [5] ou des techniques de linéarisation [7].

Le problème considéré ici est celui de la reconstruction des variables d'état et d'entrées inconnues en utilisant seulement l'information des entrées connues et des sorties mesurées.

A. Structure générale du multiobservateur

Nous proposons une démarche originale de conception d'un multiobservateur à entrées inconnues basée sur une somme pondérée d'observateurs de type Walcott et Zak. Dans cette partie, nous considérons que les entrées inconnues $\bar{u}(t)$ sont non nulles et bornées, telle que, $\|\bar{u}(t)\| \leq \rho$, où ρ est un scalaire positif et $\|\cdot\|$ représente une norme euclidienne. S'il existe des matrices de gain $G_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$, telles que $A_{0i} = A_i - G_i C$ sont stables, des paires de matrices de Lyapunov (P, Q_i) et des matrices $F_i \in \mathbb{R}^{m \times p}$ respectant les contraintes structurelles suivantes :

$$\begin{cases} A_{0i}^T P + P A_{0i} = -Q_i \\ C^T F_i^T = P R_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, M\} \end{cases} \quad (2)$$

alors, pour le multiobservateur de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) (A_i \hat{x} + B_i u + D_i + G_i (y - C \hat{x}) + R_i \nu_i) \\ y = C \hat{x} \end{cases} \quad (3)$$

on peut déterminer des matrices G_i et des commandes ν_i ($\nu_i \in \mathbb{R}^q$) qui garantissent la convergence asymptotique de \hat{x} vers x . Pour déterminer les matrices de gain G_i et les variables ν_i , définissons l'erreur d'estimation d'état :

$$e = x - \hat{x} \quad (4)$$

et celle de sortie :

$$r = y - \hat{y} = C(x - \hat{x}) = C e \quad (5)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'explique :

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) ((A_i - G_i C) e + R_i \bar{u} - R_i \nu_i) \quad (6)$$

Théorème 1 : L'erreur d'estimation d'état entre le multimodèle (1) et le multiobservateur robuste (3) converge vers zéro, si les termes ν_i sont définis par :

$$\begin{cases} \text{si } r \neq 0, \text{ alors, } \nu_i = \rho \frac{F_i r}{\|F_i r\|} \\ \text{si } r = 0, \text{ alors, } \nu_i = 0 \end{cases} \quad (7)$$

et s'il existe une matrice symétrique et définie positive P qui satisfait les inégalités :

$$(A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) < 0, \quad i = \{1, \dots, M\}. \quad (8)$$

Preuve : Afin de démontrer la convergence asymptotique de cet observateur, considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e) = e^T P e \quad (9)$$

Sa dérivée par rapport au temps, le long de la trajectoire du système en utilisant les équations (4) et (6) s'écrit :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P R_i \nu_i \right) \quad (10)$$

En utilisant la deuxième égalité de la contrainte (2), la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e + 2e^T C^T F_i^T \bar{u} - 2e^T C^T F_i^T \nu_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e + 2r^T F_i^T \bar{u} - 2r^T F_i^T \nu_i \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e + 2\rho \|F_i r\| - 2r^T F_i^T \nu_i \right) \end{aligned}$$

que l'on peut majorer par :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e + 2\rho \|F_i r\| - 2r^T F_i^T \nu_i \right) \quad (11)$$

Dans le cas où le résidu r est non nul ($r \neq 0$), et en utilisant la relation (7), la majoration de la dérivée de la fonction de Lyapunov se simplifie :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) \right) e \right) \quad (12)$$

Dans le cas où r est nul ($r = 0$) on obtient la même majoration. Le multiobservateur (3) converge donc si les relations (7) et (8) sont satisfaites.

B. Estimation des entrées inconnues

Plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires [20]. La méthode que nous allons présenter pour estimer les entrées inconnues d'un multimodèle est originale ; elle est basée sur la connaissance des matrices A_i , B_i , D_i , R_i et la matrice de sortie C du multimodèle (1). Considérons le multimodèle (1) en l'absence d'entrées inconnues :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(A_i \hat{x} + B_i u + D_i \right) \\ \hat{y} = C \hat{x} \end{cases} \quad (13)$$

La convergence du multiobservateur défini par (3) et (7) est garantie si la condition (8) et la contrainte (2) sont respectées. En régime permanent, l'erreur d'estimation d'état (4) tend vers zéro, on a alors $x = \hat{x}$; en remplaçant x par \hat{x} dans l'équation (1) nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(A_i \hat{x} + B_i u + R_i \hat{u} + D_i \right) \\ y = C \hat{x} \end{cases} \quad (14)$$

où le vecteur \hat{u} représente une estimation de l'entrée inconnue. Considérons $\varepsilon(t)$ l'erreur entre l'état du système (13) et celui du système (14), celle-ci peut s'écrire :

$$\varepsilon = \hat{x} - \bar{x} \quad (15)$$

La dynamique de cette erreur est régie par l'équation :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\hat{x}} - \dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(A_i \varepsilon + R_i \hat{u} \right) \quad (16)$$

Sous réserve de l'existence de l'inverse généralisée de la somme pondérée des matrices de transmission des entrées inconnues R_i , on peut exprimer le vecteur d'entrées inconnues sous la forme :

$$\hat{u}(t) = \left(\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) R_i \right)^{-} \left(\dot{\varepsilon}(t) - \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) A_i \varepsilon(t) \right) \quad (17)$$

Rappelons que ε est défini en (15) et x et \hat{x} sont définis par les systèmes (3) et (13).

C. Conception d'un multiobservateur en relaxant les contraintes

Afin d'alléger les conditions d'existence d'un multiobservateur pour le multimodèle soumis à l'influence des entrées inconnues, une autre méthode de conception peut être proposée. Si toutes les paires (A_i, C) sont observables, définissons un multiobservateur reconstruisant l'état du multimodèle (1) de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(A_i \hat{x} + B_i u + G_i (y - C \hat{x}) + \nu_i \right) \\ \hat{y} = C \hat{x} \end{cases} \quad (18)$$

Les matrices G_i et les vecteurs ν_i avec $n \nu_i \in \mathbb{R}^n$ doivent être déterminés afin de garantir la convergence asymptotique de $\hat{x}(t)$ vers x . Il faut noter que les termes ν_i compensent les erreurs dues aux entrées inconnues. Pour déterminer les matrices de gain G_i et les termes ν_i , définissons l'erreur d'estimation d'état :

$$e = x - \hat{x} \quad (19)$$

et l'erreur d'estimation de la sortie :

$$r = y - \hat{y} = C (x - \hat{x}) = C e \quad (20)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left((A_i - G_i C) e + R_i \bar{u} - \nu_i \right) \quad (21)$$

Lemme 1 : pour toutes les matrices X et Y ayant des dimensions appropriées, la propriété suivante est vérifiée :

$$X^T Y + Y^T X \leq \beta X^T X + \beta^{-1} Y^T Y, \text{ avec } \beta > 0 \quad (22)$$

Théorème 1 : L'erreur d'estimation d'état entre le multimodèle (1) et le multiobservateur robuste (18) converge vers zéro, si les termes ν_i sont définis par :

$$\begin{cases} \text{si } r \neq 0, \text{ alors } \nu_i = 0.5 \frac{\rho^2 \beta^{-1} \|PR_i\|^2}{r^T r} P^{-1} C^T r \\ \text{si } r = 0, \text{ alors } \nu_i = 0 \end{cases} \quad (23)$$

avec β un scalaire positif et P est une matrice symétrique et définie positive qui satisfait les inégalités suivantes :

$$(A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) + \beta I_{n \times n} < 0 \quad (24)$$

$$i = \{1, \dots, M\}$$

Preuve : Afin de démontrer la convergence asymptotique de cet observateur, considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e) = e^T P e \quad (25)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov par rapport au temps le long de la trajectoire du système en utilisant les équations (19) et (21) s'écrit :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) \right) e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P \nu_i \right) \quad (26)$$

On remarque de manière évidente que : $2e^T P R_i \bar{u} = e^T P R_i \bar{u} + u^T R_i^T P e$. En utilisant le lemme (1), nous obtenons donc :

$$\begin{aligned} e^T P R_i \bar{u} + u^T R_i^T P e &\leq \beta e^T e + \beta^{-1} u^T R_i^T P P R_i \bar{u} \\ &\leq \beta e^T e + \beta^{-1} \|P R_i \bar{u}\|^2 \end{aligned}$$

On en déduit : $2e^T P R_i \bar{u} \leq \beta e^T e + \beta^{-1} \|P R_i \bar{u}\|^2$.

Dans le cas où r est non nul ($r \neq 0$), en utilisant la relation (23) et le fait que les entrées inconnues sont bornées, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) \right) e + \beta e^T e + \beta \|P R_i \bar{u}\|^2 - \rho^2 \beta^{-1} \frac{\|P R_i\|^2}{r^T r} e^T C^T r \right) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) + \beta I \right) e + \rho^2 \beta^{-1} \|P R_i\|^2 - \rho^2 \beta^{-1} \frac{\|P R_i\|^2}{r^T r} r^T r \right) \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) \left(e^T \left((A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) + \beta I \right) e \right) \end{aligned}$$

Dans le cas où r est nul ($r = 0$), on obtient la même majoration.

L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro, si les conditions (23) et les inégalités (24) sont vérifiées. Les inégalités (24) sont non linéaires en P et G_i . Les techniques LMI ne peuvent donc être utilisées qu'après linéarisation du système d'inégalités. Nous avons choisi une technique de changement de variable.

D. Méthode de résolution

Considérons le changement de variable suivant :

$$W_i = P G_i \quad (27)$$

Les inégalités (24) obtenues après ce changement de variable s'écrivent de la manière suivante :

$$A_i^T P + P A_i - C^T G_i^T P - P G_i C + \beta^{-1} P^2 + \beta I < 0 \quad (28)$$

En utilisant le complément de Schur [1], les inégalités (28) deviennent :

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i - C^T W_i^T - W_i C + \beta I & P \\ P & -\beta I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

La solution des inégalités (29) peut alors être obtenue en utilisant des techniques classiques de résolution LMI, voir [2].

E. Conclusion

A partir d'une représentation multimodèle, on a montré comment concevoir un multiobservateur utilisant le principe de l'interpolation d'observateurs locaux ; de plus, on a considéré le cas où certaines entrées du système sont inconnues. Le calcul des gains de l'observateur global est alors ramené à un calcul de gains des observateurs locaux ; la stabilité de l'ensemble nécessite cependant la prise en compte de contraintes de couplage entre ces observateurs locaux, ce qui conduit à la résolution d'un problème de type LMI. Sous réserve d'existence de matrices appropriées, nous avons montré que la reconstruction du vecteur d'état et de l'entrée inconnue du multimodèle est possible. Les résultats de simulation montrent que les estimations des vecteurs d'état et d'entrée inconnue sont très satisfaisantes. En fin, nous avons rajouté un bruit (de valeur moyenne nulle et d'amplitude égale à 10 pour cent de la sortie) sur la sortie du multimodèle, les résultats de simulation montrés sur les figures (4) (5) et (6) sont intéressants, l'aspect théorique pour ce cas de figure (sortie + bruit) n'est pas développé dans cet article.

III. EXEMPLE D'APPLICATION

Considérons le multimodèle suivant, composé de deux modèles locaux et comportant deux sorties et trois états.

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\xi) (A_i x + B_i u + R_i \bar{u}) \\ y = C x \end{cases} \quad (30)$$

Les valeurs numériques des matrices A_i , B_i , C_i et R_i sont les suivantes :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous avons mis en oeuvre la première méthode de conception proposée. Dans ce cas, le multiobservateur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\xi) (A_i \hat{x} + B_i u + G_i (y - C \hat{x}) + R_i \nu_i) \\ y = C \hat{x} \end{cases} \quad (31)$$

avec

$$\begin{cases} (A_i - G_i C)^T P + P (A_i - G_i C) < 0 \\ C^T F_i^T = P R_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, 2\} \end{cases} \quad (32)$$

La résolution simultanée des équations (2) et (8) à l'aide d'un outil de résolution de LMI conduit aux matrices G_i , F_i et P suivantes :

$$G_1 = \begin{bmatrix} -2.49 & 4.10 \\ 6.73 & -9.21 \\ -1.46 & 4.11 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 2.45 & 3.88 \\ 3.42 & 2.94 \\ 8.24 & -3.00 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.34 & -0.12 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.56 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.64 & -0.45 & 0.02 \\ -0.45 & 0.83 & -0.03 \\ 0.02 & -0.03 & 0.23 \end{bmatrix}$$

Le système (30) a été simulé en choisissant, pour l'entrée inconnue, deux créneaux filtrés se déclenchant aux instants 5s et 20s, de durées 2s et 14s et d'amplitudes respectives égales 1.5 et 1.2.

La figure (1) présente l'évolution de cette entrée inconnue et son estimation par le multiobservateur. On constate que les deux tracés sont superposés sauf au voisinage de l'origine ; cela est dû au choix des conditions initiales de l'observateur. Les figures (2) et (3) présentent les sorties du multimodèle

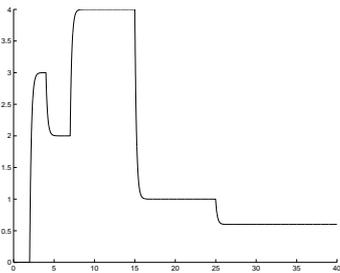


Fig. 1. L'entrée inconnue et son estimée

et leurs estimations. Le système (30) a été ensuite simulé en ajoutant un bruit aléatoire centré sur les deux sorties. Les figures (4) (5) et (6) montrent l'estimation de l'entrée inconnue et des deux sorties pour ce cas de figure.

RÉFÉRENCES

[1] A. Akhenak, M. Chadli, D. Maquin and J. Ragot, *Sliding mode multiple observer for fault detection and isolation*, 42th IEEE Conference on Decision and Control, Hawaii, December 9-12, 2003.

[2] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Philadelphia : SIAM, 1994.

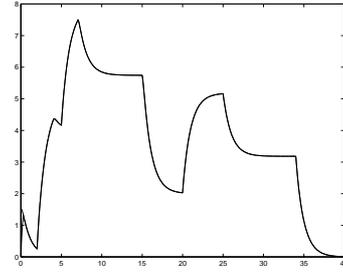


Fig. 2. $y_1(t)$ du multimodèle et son estimé

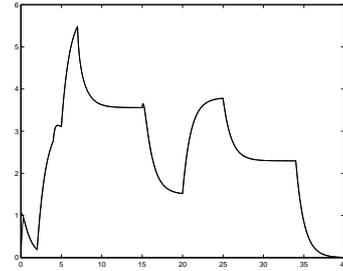


Fig. 3. $y_2(t)$ du multimodèle et son estimé

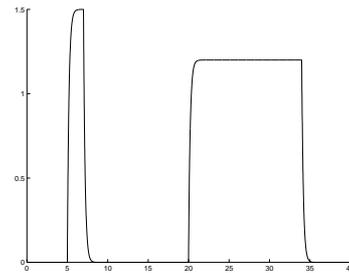


Fig. 4. L'entrée inconnue et son estimée

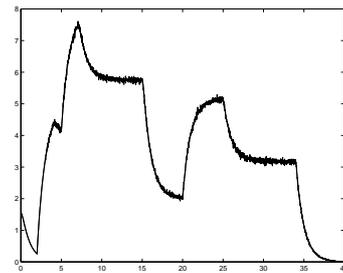


Fig. 5. $y_1(t)$ du multimodèle et son estimé

[3] M. Chadli, D. Maquin, J. Ragot, *Multiple observer for discrete-time multiple model*, IFAC Congress, Safeprocess, Washington, June 2003.

[4] J. Chen and H. Zhang, *Robust detection of faulty actuators via unknown input observers* Int. J. Systems Sci, vol. 22, n. 10, MIT, October, 1980.

[5] K. Gasso, G. Mourot and J. Ragot, *Structure identification in multiple model representation : elimination and merging of local models*, IEEE Conference on Decision and Control, CDC'2001, Orlando, USA, December 2001.

[6] Y. Guan, and M. Saif, *A novel approach to the design of unknown input observers*, IEEE Trans on Automatic Control, AC-36, n. 5, pp. 632-635, 1991.

[7] T. A. Johansen, R. Shorten and R. Murray-Smith, *On the inter-*

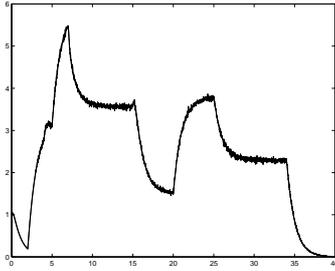


Fig. 6. $y_2(t)$ du multimodèle et son estimé

pretation and identification dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models, IEEE Trans on Fuzzy Systems, 8 (3), pp. 297-313, 2000.

- [8] C. D. Johnson, *Observers for linear systems with unknown and inaccessible inputs*, Int. J. Control, vol. 21, pp. 825-831, 1975.
- [9] N. Kobayashi and T. Nakamizo, *An observer design for linear systems with unknown inputs*, Int. J. Control, vol. 35, pp. 605-619, 1982.
- [10] P. Kudva, N. Viswanadham and A. Ramakrishna, *Observers for linear systems with unknown inputs*, IEEE Trans on Automatic Control AC-25, pp. 113-115, 1980.
- [11] L. M. Lyubchik and Y. T. Kostenko, *The output control of multi-variable systems with unmeasurable arbitrary disturbances - The inverse model approach*, ECC'93, pp. 1160-1165, june 28-july 1, Groningen, The Netherlands, 1993.
- [12] J. S. Meditch and G. H. Hostetter, *Observers for systems with unknown and inaccessible inputs*, Int. J. Control, vol. 19, pp. 637-640, 1971.
- [13] R. J. Patton and J. Chen, *Observer-based fault detection and isolation robustness and applications. Control Engineering Practice*, Vol. 5, N° 5, pp. 671-682, 1997.
- [14] K. Tanaka, T. Ikeda, O. Wang, *Fuzzy regulator and fuzzy observer : relaxed stability conditions and LMI based design*, IEEE Trans on Fuzzy Systems, Vol. 6, N° 2, pp. 250-256, 1998.
- [15] M. Takagi and M. Sugeno, *Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control*, IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics-part C, vol. 15, n. 1, pp. 116-132, 1985.
- [16] S. H. Wang, E. J. Davison and P. Dorato, *Observing the states of systems with unmeasurable disturbances*, IEEE Trans on Automatic Control AC-20, pp.716-717, 1975.
- [17] B. L. Walcott and S. H. Zak. *Observation of dynamical systems in the presence of bounded nonlinearities/uncertainties*, 25th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 961-966 , 1988.
- [18] V. I. Utkin. *Principles of identification using sliding regimes. Soviet Physic : Doklady, Sliding mode in control optimisation*, (Berlin : Springer-Verlag) Vol. 26, 271-272, 1992.
- [19] C. Edwards and S. K. Spurgeon. *On the development of discontinuous observers*, Int. J. Control, Vol. 59 N° 5, pp. 1211-1229, 1994.
- [20] C. Edwards and S. K. Spurgeon. *Sliding mode observers for fault detection and isolation*, Automatica, Vol. 36, N° 6, pp. 541-553, 2000.