SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT ET REDONDANCE ANALYTIQUE

DIDIER MAQUIN¹, MARIE LUONG¹ et JOSE RAGOT¹

RESUME

La qualité de l'estimation de l'état d'un processus et, par conséquence, sa sûreté de fonctionnement sont fortement conditionnées par le nombre et la répartition des mesures effectuées sur celui-ci. La disponibilité d'un processus peut être augmentée si celui-ci est capable de continuer à fonctionner même lors de la défaillance de certains capteurs. La conception de l'architecture d'instrumentation d'un système représente donc une étape très importante. Dans cette communication, nous présentons et formalisons la notion de redondance multiple (degré de redondance) qui permet de tolérer des pannes de capteurs sans nuire à la possibilité de conduire le processus considéré. Nous proposons également une méthode permettant le placement de capteurs sous contraintes ce qui permet de concevoir une architecture d'instrumentation satisfaisant des contraintes de sûreté de fonctionnement.

1. INTRODUCTION

La conception de l'architecture d'un système d'instrumentation est décisive dans l'amélioration de la sûreté de fonctionnement des processus industriels. En effet, de la position des capteurs et de leur nombre dépend la possibilité d'observer un processus, d'estimer son état et, par conséquent, de déterminer le type de commande à appliquer. De façon plus générale, le problème posé est celui du diagnostic de fonctionnement qui consiste à estimer l'état d'un système, décider s'il est normal ou anormal, juger de la "gravité" de l'état anormal et en fonction de cette appréciation, décider d'une action à entreprendre pour essayer de maintenir les performances de ce système.

De nombreux travaux ont déjà été publiés sur l'analyse de l'observabilité des systèmes en régime statique. Les premiers ont porté sur l'étude des systèmes linéaires et sont probablement dus à Vaclaveck (1969) ; par la suite, Stanley et al. (1981) et Crowe et al. (1983) ont largement contribué à développer cette analyse. Les algorithmes d'observabilité qui ont été proposés sont généralement basés sur la théorie des graphes (Mah et al., 1976) ou sur une classification des variables à partir d'une matrice de projection (Crowe, 1989). Après la phase d'analyse qui met en évidence les redondances mais aussi les éventuelles faiblesses du système d'instrumentation, il convient de proposer des modifications de la position des capteurs existants ou même des ajouts de capteurs. Ces modifications sont étudiées compte tenu d'objectifs précis : rendre observable une variable particulière, accroître le degré de redondance d'une autre, augmenter la précision de l'estimation d'une variable particulièrement utile à la conduite du processus, tolérer la défaillance d'un capteur (Maquin, 1994a). Il n'existe à ce jour que très peu de travaux visant à la conception d'un système d'instrumentation et respectant des contraintes telles que celles énoncées précédemment. Citons les travaux de Madron et al. (1992) qui proposent une solution basée sur l'analyse de la matrice d'incidence du graphe associé au processus, ceux de Immonen (1994) qui formalise le problème en termes de programmation linéaire mixte, c'est-à-dire dont les variables d'optimisation peuvent être entières, ce qui permet de prendre en compte l'occurrence et la position des mesures dans l'optimisation. Les travaux les plus élaborés sont sans doute ceux présentés par Ali et al. (1993) et Luong et al. (1994). Basées sur l'analyse des cycles du graphe associé au processus, ces études, d'inspiration commune,

¹Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2, Avenue de la Forêt de Haye, 54516 Vandoeuvre Cedex. Tél: 83 59 56 83, Fax: 83 59 56 44, Email: {dmaquin, mluong, jragot}@ensem.u-nancy.fr

prennent simultanément en compte l'observabilité des variables et la fiabilité des capteurs qui les mesurent afin de proposer une architecture d'instrumentation "optimale" par rapport à certains critères. Les résultats de l'application de l'une de ces méthodes sur un exemple industriel sont présentés dans (Maquin, 1994b). Dans cette communication, nous présentons et formalisons la notion de redondance multiple (degré de redondance) qui permet de tolérer des pannes de capteurs sans nuire à la possibilité de conduire le processus considéré. Nous proposons également une méthode permettant le placement de capteurs sous contraintes ce qui permet de concevoir une architecture d'instrumentation satisfaisant des contraintes de sûreté de fonctionnement.

2. DESCRIPTION DES PROCESSUS

Les processus considérés sont ceux pouvant être décrits par un graphe orienté (réseau de transport) comme celui de la Fig. 1.

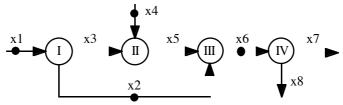


Figure 1. Graphe d'un processus.

Afin de clarifier la représentation, le noeud "environnement" vers lequel entreraient les voies de sortie du processus (x7 et x8) et duquel sortiraient les voies d'entrée (x1) n'a pas été représenté et sera systématiquement omis lors des représentations suivantes. Un tel processus peut, de manière équivalente, être décrit par un ensemble d'équations linéaires :

$$\mathbf{x1} - \mathbf{x2} - \mathbf{x3} = 0 \tag{1}$$

$$x3 + x4 - x5 = 0 \tag{2}$$

$$\mathbf{x2} + \mathbf{x5} - \mathbf{x6} = 0 \tag{3}$$

$$x6 - x7 - x8 = 0$$
 (4)

Le processus est équipé de capteurs mesurant différentes variables de flux ; ceux-ci sont schématisés par un point sur le graphe et les variables correspondantes apparaissent en gras dans les équations. Le système d'équations linéaires précédent peut également être écrit sous forme matricielle en définissant le vecteur $X = (x1 \ x2 \ x3 \ x4 \ x5 \ x6 \ x7 \ x8)^T$. Les quatre équations se regroupent alors sous l'écriture $M \ X = 0$ où M est la matrice d'incidence du graphe formée exclusivement de 1, de -1 ou de 0.

3. DEMARCHE INTUITIVE - DEFINITIONS

3.1. Observabilité, Redondance et Degré de Redondance

La classification basée sur l'observabilité consiste à mettre en évidence deux catégories de variables : les variables observables dont on peut connaître la valeur (par mesure directe ou par déduction) et les variables inobservables (Ragot et al., 1990). Compte tenu de la dimension restreinte du système précédent, cette analyse peut être conduite intuitivement. La somme des équations (1), (2) et (3) permet d'extraire une équation de redondance: $\mathbf{x1} + \mathbf{x4} - \mathbf{x6} = 0$, c'est-à-dire une équation ne faisant intervenir que des variables mesurées. Les équations (1) et (3) sont des équations de déduction qui permettent de calculer les grandeurs non mesurées x3 et x5. Enfin, les variables x7 et x8 sont inobservables par manque d'informations. Cette analyse conduit à la classification des variables dans quatre catégories distinctes :

$$L_{me} = \{x1, x4, x6\}$$
 $L_{me}^{-} = \{x2\}$ $L_{me}^{-} = \{x7, x8\}$

Le premier indice (m ou m) précise si la variable est mesurée ou non mesurée et le second (e ou e) si elle est estimable ou non estimable. A partir du concept d'observabilité précédemment décrit, on peut définir la notion de degré de redondance qui se révélera très utile lors de la prise en compte des défaillances de capteurs.

3.2. Observabilité Minimale d'une Variable

Une variable est redondante de degré 0 (observabilité minimale) s'il existe au moins une configuration telle que la panne d'un seul capteur du processus rend cette variable inaccessible. C'est par exemple le cas des variables mesurées non estimables. Certaines variables non mesurées peuvent également posséder cette propriété. Considérons le graphe de la Fig. 2, où la position des mesures est repérée par un point. L'écriture du bilan global du processus, x1 + x4 - x6 = 0, permet d'obtenir l'équation de déduc-tion de la variable x6. En fonctionnement normal, lorsqu'on dispose des valeurs des mesures de x1 et de x4, la variable x6 est déductible. Mais lors de la défaillance de l'un des capteurs mesurant x1 ou x4, la variable x6 devient inaccessible. Nous dirons que la variable x6 est une "variable redondante de degré 0" ou une "variable d'observabilité minimale".

3.3. Redondance de Degré Quelconque

La notion précédente peut être étendue. Une variable redondante de degré k est une variable observable dont la valeur reste déductible lors de la défaillance simultanée de k capteurs quelconque du processus. Illustrons par un second exemple, le cas d'une redondance de degré 2 en considérant le graphe de la Fig. 3.

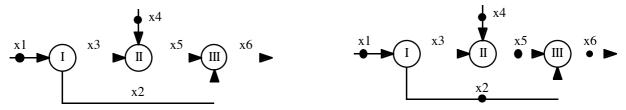


Figure 2. Graphe numéro 1.

Figure 3. Graphe numéro 2.

Il existe 10 combinaisons différentes de deux capteurs simultanément défaillants parmi cinq. Considérons la variable x6. Les combinaisons faisant intervenir les défaillances de deux capteurs ne mesurant pas la variable x6 ne nuisent pas à l'observabilité de cette variable, car sa valeur reste connue par sa mesure directe. Il y a 6 combinaisons de ce type, examinons les quatre combinaisons restantes. Rappelons tout d'abord les équations du processus dans lesquelles les variables mesurées sont écrites en caractères gras.

$$\mathbf{x1} - \mathbf{x2} - \mathbf{x3} = 0$$
 (5)
 $\mathbf{x3} + \mathbf{x4} - \mathbf{x5} = 0$ (6)
 $\mathbf{x2} + \mathbf{x5} - \mathbf{x6} = 0$ (7)

En cas de défaillance des capteurs mesurant x1 et x6, l'équation (7) permet de déduire la valeur de x6 qui devient la seule inconnue de cette équation. Il en est de même lors de la défaillance simultanée des capteurs mesurant x4 et x6. Lors de la défaillance simultanée des couples de capteurs (x2, x6) ou (x5, x6), c'est l'équation de bilan global x1 + x4 - x6 = 0 qui permet la déduction de la valeur de la variable x6. En conclusion, la variable x6, qui reste observable même lors de la défaillance de deux capteurs quelconques du processus, est redondante de degré 2.

3.4. Positionnement de Capteurs sous Contraintes de Redondance

Les définitions précédentes permettent de caractériser une variable quelconque du processus à l'aide de son degré de redondance qui traduit sa disponibilité au regard des pannes de capteurs. Afin de simplifier la présentation, intéressonsnous à la redondance de degré 1. Le lecteur vérifiera aisément, compte tenu de ce qui précède, les deux principes suivants :

Principe 1: Toutes les variables intervenant dans une équation de redondance sont au moins redondantes de degré 1.

Principe 2 : Une variable non mesurée est redondante de degré 1 si, et seulement si, elle intervient au moins dans une équation où toutes les autres variables sont redondantes de degré 1.

Considérons maintenant la configuration de la Fig. 4, où la variable x6 est redondante de degré 0 :

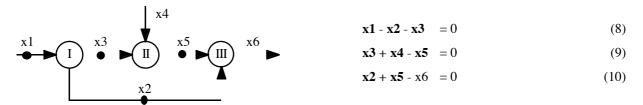


Figure 4. Graphe numéro 3.

Cherchons où placer des capteurs pour que la variable x6 devienne redondante de degré 1. La valeur de cette variable non mesurée peut être déduite des valeurs de x2 et x5 (équation (10)). La variable x2 est redondante de degré 1 car elle intervient dans une équation de redondance (équation (8)), en revanche, x5 est d'observabilité minimale (degré de redondance égal à zéro). Si le capteur mesurant x5 est défaillant, cette variable n'est plus observable ; par conséquent x6 n'est plus déductible. En conclusion, pour que la variable x6 soit redondante de degré 1, on peut, soit mesurer x6 (application du principe 1), soit mesurer x4, pour que x5 soit redondante de degré 1 (application du principe 2).

Les degrés de liberté offerts dans cet exemple sont extrêmement restreints. L'objectif ici était juste de sensibiliser le lecteur à ces concepts. On peut cependant énoncer maintenant les règles qui permettent d'assurer la redondance de degré 1 d'une variable quelconque :

Règle 1 : Mesurer toutes les variables d'une équation comportant la variable concernée.

Règle 2 : Mesurer toutes les variables intervenant dans deux équations indépendantes comportant la variable concernée sauf cette dernière.

La généralisation des règles précédentes permettant d'assurer un degré de redondance quelconque est immédiate.

4. DEMARCHE SYSTEMATIQUE - ALGORITHMES

4.1. Analyse d'Observabilité à l'aide de la Matrice des Cycles du Graphe du Processus

La théorie des graphes offre la possibilité de décrire un graphe de différentes manières. Nous avons évoqué, au paragraphe 2, la matrice d'incidence qui permet à elle seule de caractériser un graphe. Une autre possibilité consiste à utiliser la matrice des cycles fondamentaux de ce graphe (Berge, 1983). Celle-ci peut d'ailleurs se déduire aisément de la matrice d'incidence. Disposant de cette matrice des cycles fondamentaux, il est possible par combinaisons linéaires, d'engendrer une nouvelle matrice décrivant tous les cycles possibles d'un graphe donné. L'analyse de cette dernière

matrice permet d'obtenir la classification des variables selon le concept d'observabilité. Cette analyse repose sur les quatre règles suivantes :

- Règle I: Une variable mesurée est estimable (variable redondante) si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles où au moins deux variables sont mesurées.
- Règle II: Une variable mesurée est non estimable si, et seulement si, elle appartient au moins à un cycle où elle est la seule variable mesurée.
- Règle III: Une variable non mesurée est déductible (estimable) si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles comportant au moins une variable mesurée.
- Règle IV: Une variable non mesurée est non déductible (non estimable) si, et seulement si, elle appartient au moins à un cycle où aucune variable n'est mesurée.

L'algorithme de classification des variables comporte alors les quatre étapes suivantes :

- 1) Déterminer la matrice de tous les cycles du graphe, soit C_t cette matrice.
- 2) Extraire de C_t la sous-matrice des cycles comportant au maximum deux variables mesurées (la connaissance des cycles comportant plus de deux mesures n'est pas nécessaire ici).
- 3) Détecter les cycles ne comportant pas de variables mesurées ; les variables non mesurées qui interviennent dans ces cycles sont les variables non mesurées non estimables (*règle IV*). Les autres variables non mesurées du processus sont les variables non mesurées déductibles.
- 4) Détecter les cycles contenant une seule variable mesurée ; les variables mesurées qui interviennent dans ces cycles sont les variables mesurées non estimables (*règle II*). Les autres variables mesurées du processus sont les variables mesurées estimables.

A titre d'exemple, considérons le processus décrit par le graphe de la Fig. 5 :

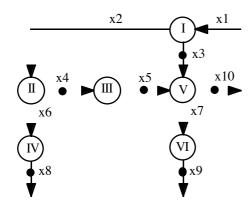


Figure 5. Graphe numéro 4.

4	9	1	6	2	7	8	10	3	5
	•	1	1	1		1			•
	1				1		1		
	1	1			1			1	
		1					1	1	

Table 2. Matrice des cycles comportant au plus deux variables mesurées.

4	9	1	6	2	7	8	10	3	5
		1	1	1		1			•
١.	1				1		1		
١.	1	1			1			1	
1	1	1		1	1				1
١.	1	1	1	1	1	1	1		
١.	1		1	1	1	1		1	
1	1		1		1	1			1
١.		1					1	1	
1		1		1			1		1
1				1				1	1
١.			1	1		1	1	1	
1			1			1	1		1
1		1	1			1		1	1
1	1			1	1		1	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1	1

Table 1. Matrice C_t de tous les cycles du graphe.

La matrice de tous les cycles du graphe est donnée Table 1. Les quatre premiers cycles de cette matrice sont les cycles fondamentaux du graphe à partir desquels tous les autres cycles ont été engendrés. La sous-matrice des cycles

comportant au plus deux variables mesurées est donnée à la Table 2. L'analyse de cette dernière matrice conduit à la classification suivante :

$$L_{me} = \{x3, x4, x5, x9, x10\} \qquad L_{me} = \{x8\} \qquad L_{me} = \{x1, x2, x6, x7\} \qquad L_{me} = \emptyset$$

4.2. Détermination du Degré de Redondance d'une Variable

La détermination du degré de redondance d'une variable s'effectue en appliquant la règle suivante qui constitue, en fait, une extension de la *règle I* concernant les variables redondantes (degré de redondance égal à 1) :

Règle V: Une variable est redondante de degré k si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles où au moins k+1 variables sont mesurées.

Le degré de redondance d'une variable se détermine alors simplement en comptant le nombre minimum de variables mesurées dans les cycles où celle-ci intervient. On en déduit immédiatement, pour l'exemple considéré, que les variables x1, x2, x6 et x8 sont d'observabilité minimale ; elles interviennent dans des cycles ne comportant qu'une mesure. Les variables x3, x7, x9 et x10 sont redondantes de degré 1 et les variables x4 et x5, redondantes de degré 2.

4.3. Conception du Système d'Instrumentation

Nous présentons maintenant une méthode permettant de concevoir une architecture d'instrumentation qui respecte certaines contraintes sur le degré de redondance des variables. Afin de nous placer dans un contexte industriel réel, nous spécifions tout d'abord la liste des variables indispensables à la conduite (liste L_1) qui doivent donc être d'observabilité minimale, puis les listes des variables dont on veut assurer un degré de redondance donné (liste Ld_k pour les variables qui doivent être redondante de degré k). De plus, nous affectons à chaque variable, un poids proportionnel au coût d'installation du capteur correspondant. L'objectif de la conception consiste donc à déterminer les variables qu'il faut mesurer afin de respecter les contraintes portant sur leurs degrés de redondance, tout en minimisant le coût global d'installation. Si n est le degré de redondance maximum désiré, l'algorithme que nous proposons comporte les n+2 étapes suivantes :

Etape n° 1: Matrices des cycles

On calcule tout d'abord la matrice de tous les cycles du graphe du processus que l'on engendre à partir de la matrice des cycles fondamentaux.

Etape n° 2 : Observabilité minimale des variables nécessaires à la conduite

Selon la $r \`e gle V$, il suffit de mesurer au moins une variable par cycle contenant une variable de L₁. L'analyse est combinatoire ; après avoir envisagé toutes les possibilités de mesures pour chaque cycle, on engendre toutes les combinaisons possibles de variables à mesurer. On sélectionne enfin celle correspondant au coût minimum.

Etape n° 2+k : Degré de redondance des variables de la liste Ld_k (pour k = 1,..., n)

Toujours en appliquant la $r\`egle~V$, il suffit de mesurer k+1 variables par cycle contenant une variable de Ld_k . On procède de la même façon qu'à l'étape précédente en prenant en compte les mesures déjà choisies lors des étapes antérieures. Après avoir engendré toutes les combinaisons possibles, on retient celle dont le coût est minimum.

Considérons l'exemple présenté à la Fig. 5. Supposons que le processus est initialement non instrumenté et que la liste des variables indispensables à la conduite est la suivante, $L_1 = \{x1, x4, x6, x9, x10\}$. Afin de ne pas traiter un exemple

trop complexe, imposons simplement un degré maximum de redondance égal à 1 en fixant $Ld_1 = \{x1, x9\}$. Les coûts associés à chaque mesure sont donnés à la Table 3.

Variable	x1	x2	х3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
Coût	3	3	4	1	9	4	4	7	2	9

Table 3. Coûts associés aux mesures.

Lors de l'étape \mathbf{n}° 1, on construit la matrice de tous les cycles ; celle-ci est donnée Table 1 (sans tenir compte des variables en caractères gras). Au cours de l'étape \mathbf{n}° 2, pour l'exemple considéré, le nombre de combinaisons possibles de variables à mesurer pour assurer l'observabilité minimale des variables de L_1 est trop important pour qu'on puisse les énumérer ici. Le lecteur pourra vérifier, en engendrant ces combinaisons, que la solution à coût minimal consiste à mesurer les variables x_1 , x_2 , x_4 et x_9 . Lors de l'étape \mathbf{n}° 3 on va chercher à assurer aux variables x_1 et x_2 un degré de redondance égal à 1; seuls les cycles comportant moins de deux variables mesurées nous intéressent. La sous-matrice de ces cycles, dans lesquels les variables mesurées apparaîssent en caractères gras, est donnée Table 4.

4	9	1	6	2	7	8	10	3	5
	1				1		1		
		1					1	1	
			1	1		1	1	1	
1			1			1	1		1

Table 4. Sous-matrice des cycles utiles.

Seuls les deux premiers cycles font intervenir les variables x1 et x9 et ces deux variables sont déjà mesurées. Pour le premier cycle, les combinaisons possibles de variables à mesurer sont {x7} et {x10} et pour le second {x10} ou {x3}. Les contraintes portant sur les degrés de redondance seront donc satisfaites si l'on mesure l'un des ensembles de variables suivants : {x7, x10}, {x7, x3}, {x3, x10} ou {x10}. La solution à moindre coût consiste donc à mesurer les variables x3 et x7. Il est important de constater, sur cet exemple, que la minimisation du coût entraîne l'installation de deux capteurs mesurant x3 et x7 (coût égal à 8) alors que le seul respect des contraintes portant sur les degrés de redondance conduirait à n'en installer qu'un seul mesurant la variable x10 (coût égal à 9). Cette remarque met en évidence l'importance capitale du choix du critère à optimiser qui pourrait, par exemple, prendre également en compte le nombre de capteurs à installer. En conclusion, l'ensemble des variables à mesurer pour satisfaire les différentes contraintes imposées en minimisant le coût est donc le suivant : {x1, x2, x3, x4, x7, x9}. Le coût correspondant est égal à 17 (3+3+4+1+4+2)

5. CONCLUSION

Dans sa phase d'analyse, la méthode présentée permet de classer les différentes variables d'un processus selon leur degré de redondance. Cette notion se révèle extrêmement intéressante puisqu'elle permet une quantification de la sûreté de fonctionnement par rapport aux pannes de capteurs. Lors d'une phase de synthèse, la conception de l'architecture d'instrumentation est effectuée en optimisant un unique critère portant sur le coût global d'installation tout en respectant des contraintes sur les degrés de redondance. En fait, de nombreux autres critères peuvent être retenus. Parmi ceux-ci, citons par exemple la fiabilité globale de l'architecture (qui est une fonction de la fiabilité de chacun des capteurs qui la constituent) ou encore la précision de l'estimation de certaines variables importantes (qui dépend de la précision des capteurs et de leur position). Un prolongement naturel de cette étude concerne donc la définition et la résolution d'une optimisation multi-critères permettant de prendre en compte ces différents aspects.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Y. Ali et S. Narasimhan, "Sensor network design for maximizing reliability of linear processes," *AIChE Journal*, vol. 39 (5), pp. 820-828, 1993.
- C. Berge, Graphes, Gauthiers-Villars, Paris, 1983.
- C.M. Crowe, Y.A. Garcia Campos et A. Hrymak, "Reconciliation of process flow rates by matrix projection–part I. The linear case," *AIChE Journal*, vol. 29 (6), pp. 881-888, 1983.
- C.M. Crowe, "Observability and redundancy of process data for steady state reconciliation," *Chemical Engineering Science*, vol. 12, pp. 2909-2917, 1989.
- P.J. Immonen, "Classification and placement of measurements through LP/MIP algorithms," in Proc. of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes Safeprocess'94, Espoo, Finland, June 13-15, 1994.
- M. Luong, D. Maquin, C.T. Huynh et J. Ragot, "Observability, redundancy, reliability and integrated design of measurement system," in *Proc of 2nd IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications*, SICICA'94, Budapest, Hungary, June 8-10, 1994.
- R.S.H. Mah, G.M. Stanley et D.M. Downing, "Reconciliation and rectification of process flow and inventory data," Industrial Engineering Chemistry Process Design Development, vol. 15, n° 1, p. 175-183, 1976.
- F. Madron et V. Veverka, "Optimal selection of measuring points in complex plant by linear models," *AIChE Journal*, vol. 38 (2), pp. 227-236, 1992.
- D. Maquin, G. Mourot et J. Ragot, "Design of a Measurement System. Application to a Petro-Chemical Process," to be published in *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 1994a.
- D. Maquin, M. Luong et J. Ragot, "Observability analysis and sensor placement," in *Proc. of IFAC/IMACS Symposium* on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes Safeprocess'94, Espoo, Finland, June 13-15, 1994b.
- J. Ragot, M. Darouach, D. Maquin et G. Bloch, *Validation de données et diagnostic*. Traité des nouvelles technologies, série diagnostic et maintenance, Hermès, Paris, 1990.
- G.M. Stanley et R.S.H. Mah, "Observability and redundancy in process data estimation," *Chemical Engineering Science*, vol. 36, p. 259-272, 1981.
- V. Vaclavek, "Studies on system engineering III. Optimal choice of the balance measurements in complicated chemical engineering systems," *Chemical Engineering Science*, vol. 24, pp. 947-955, 1969.