



UNIVERSITÉ
DE LORRAINE



POLYTECH[®]
NANCY

*Synthèse de
correcteurs numériques*

Hugues GARNIER

hugues.garnier@univ-lorraine.fr

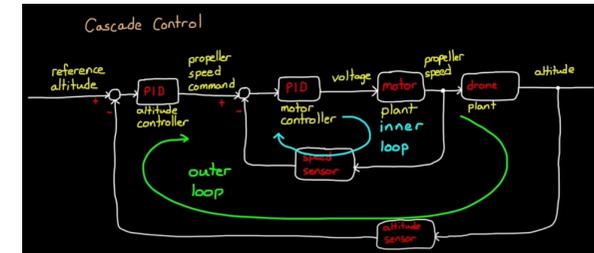
Pouvons-nous ensemble aider un étudiant IA2R en mobilité internationale à avancer sur son projet ?

De: XXX.YYYY@etu.univ-lorraine.fr

Objet: Demande de conseils pour synthèse de correcteur

Date: 15 février 2023 à 23:12:51 UTC+1

À: Hugues Garnier



Bonjour Monsieur,

J'espère que vous allez bien. Je vous contacte car j'aimerais avoir vos conseils pour la conception d'un correcteur pour contrôler la vitesse verticale d'un drone.

Je travaille en ce moment sur mon projet d'études. L'objectif est d'implémenter des correcteurs usuels tels que le P, PI, PID. Mais ce qui me gêne dans ma conception des correcteurs PI et PID c'est que dans la fonction de transfert, il y a présence d'un retard.

Voici à quoi ressemble la fonction de transfert :

$$G(z) = z^{-2} * (-0.023608 / (z - 0.6065))$$

J'aimerais donc déterminer les gains K_p , K_i et K_d avec une méthode concrète afin que je puisse expliquer mon résonnement. J'avais pensé à la méthode de placement des pôles mais les calculs deviennent vite très compliqués. Je n'ai donc pas d'autres idées qui me viennent à l'esprit, à part une approche essai-erreur mais j'aimerais éviter cette méthode.

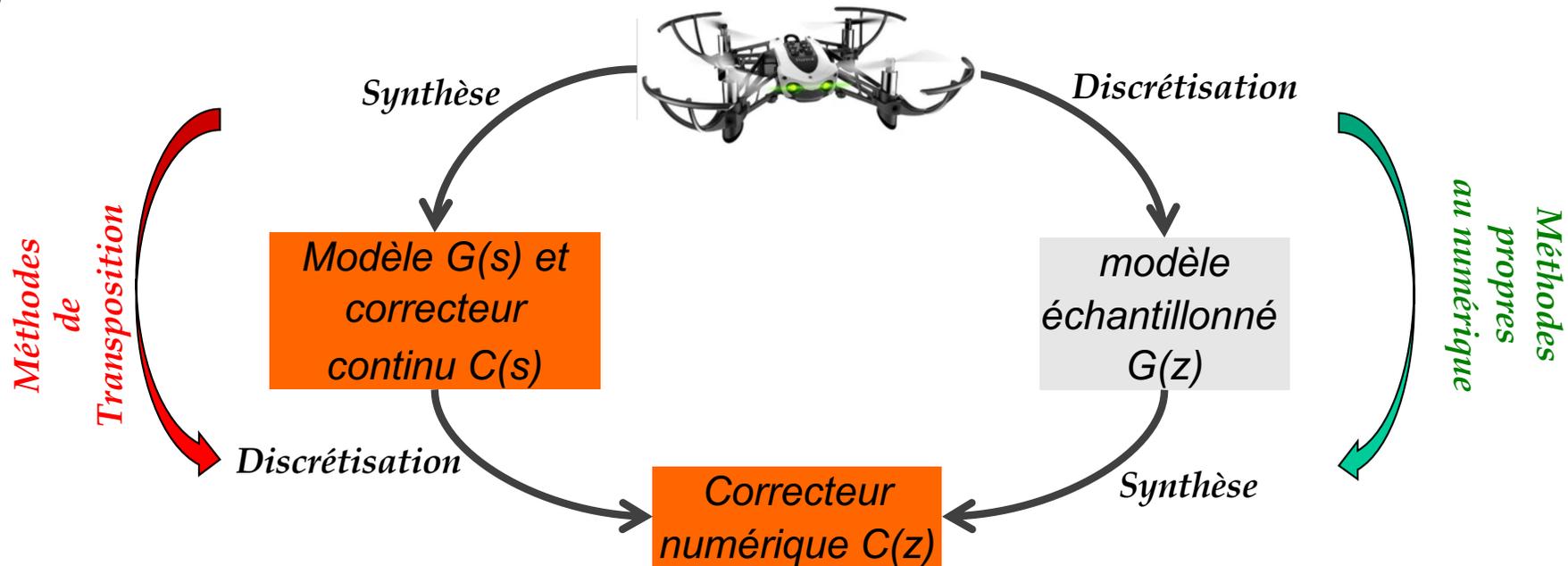
Pourriez-vous m'indiquer une autre méthode pour concevoir ces correcteurs ?

Merci beaucoup pour votre réponse.

Cordialement,

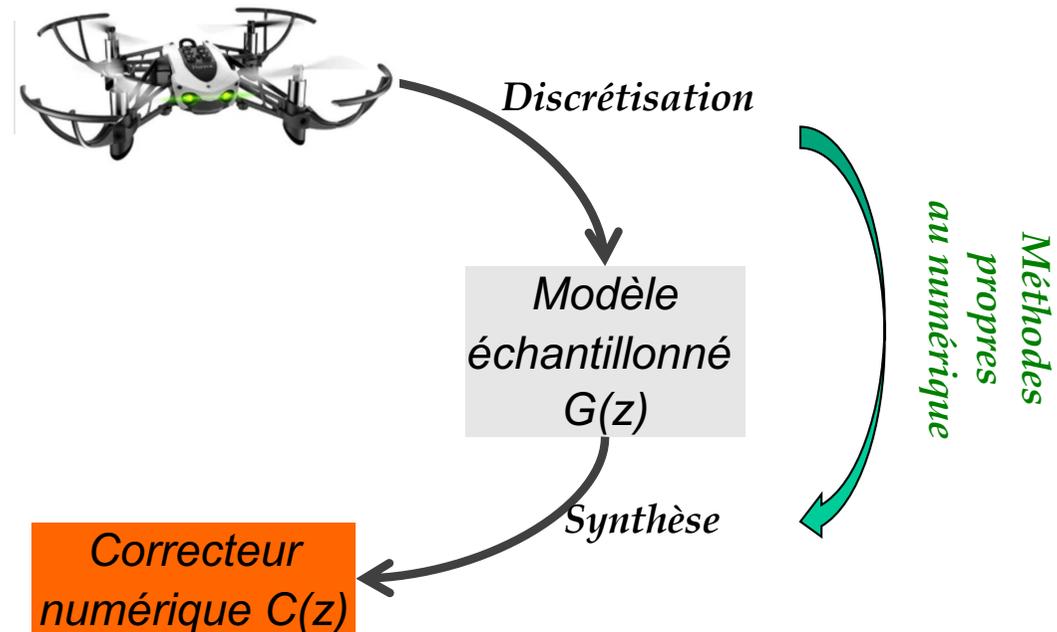
XXX YYYY

Approches de synthèse de correcteurs numériques



- Deux types d'approches :
 - Méthodes propres au numérique
 - Méthodes de transposition d'un correcteur continu (y compris PID)

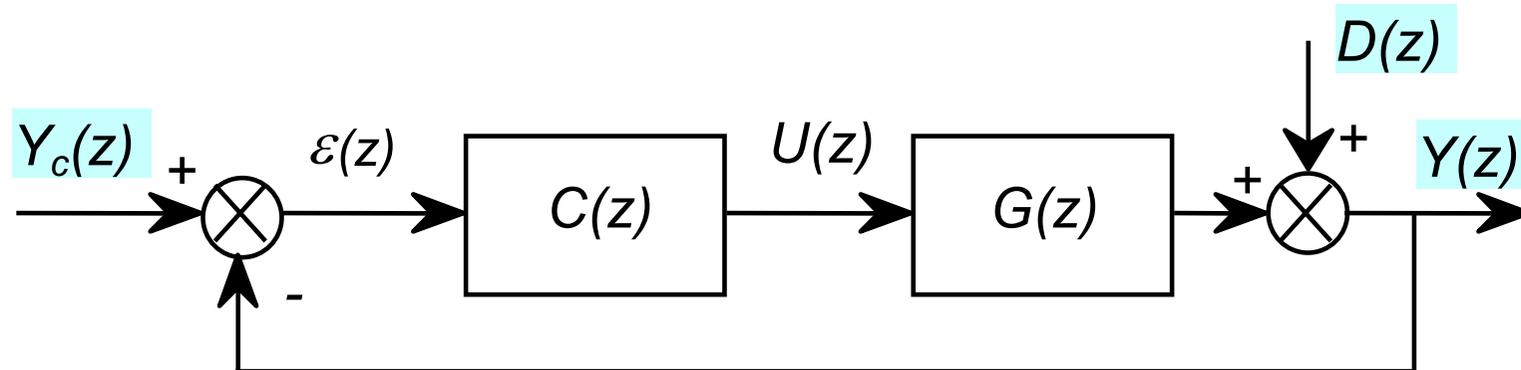
Approches de synthèse de correcteurs numériques



- Ces méthodes propres au numérique sont privilégiées lorsque
 - **Un échantillonnage rapide n'est pas possible**
 - Un modèle échantillonné $G(z)$ a été identifié à partir de données d'entrée/sortie
 - La commande développée s'appuie sur un modèle à temps discret
 - Exemples : commande par placement de pôles, commande RST, commande par modèle interne, commande prédictive

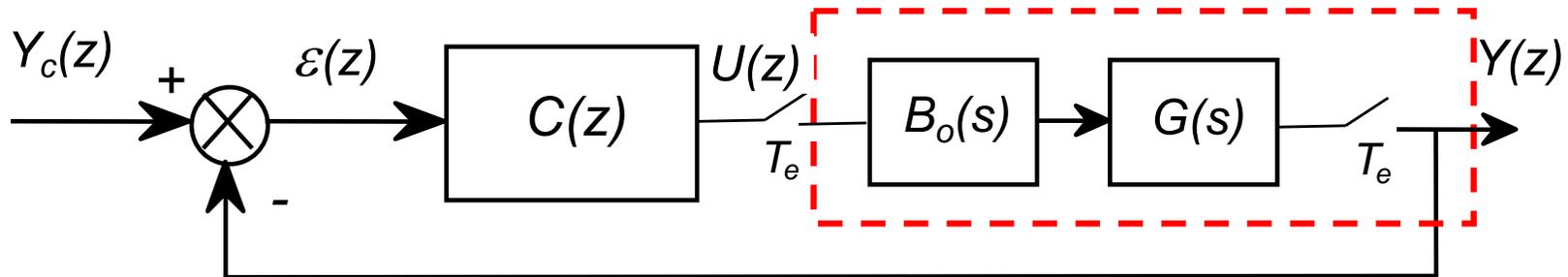
Schéma de régulation numérique

- La recherche d'une loi de commande (et donc de $C(z)$) par une approche totalement numérique s'appuie sur :
 - un modèle $G(z)$ de l'ensemble bloqueur d'ordre 0 + actionneur + système + capteur + échantillonneur
 - le type de signaux d'entrée : la consigne $Y_c(z)$, la perturbation $D(z)$



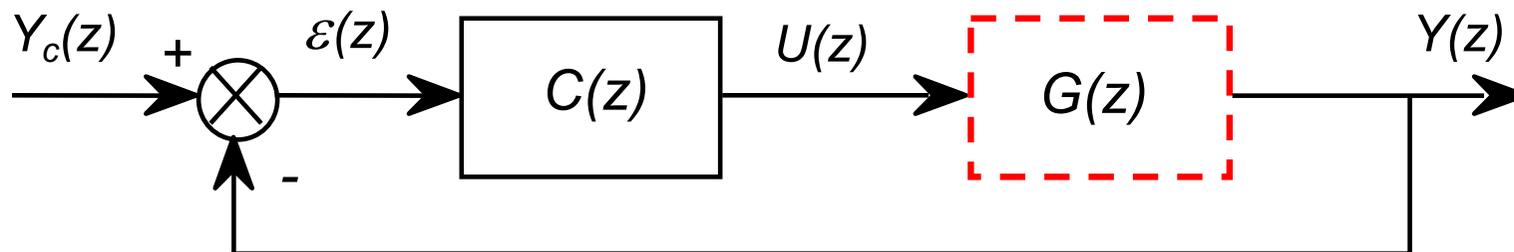
$$Y(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} Y_c(z) + \frac{1}{1 + C(z)G(z)} D(z)$$

Synthèse de correcteur par méthode propre au numérique



1. Détermination de $G(z)$ par discrétisation de $G(s)$ (méthode du bloqueur) ou identification à partir de données d'entrée/sortie (voir cours 4A S8 SIA)

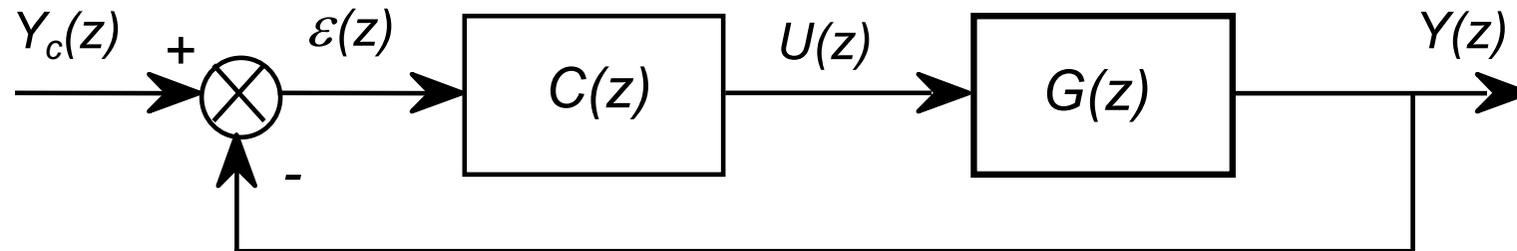
Méthode de discrétisation du bloqueur d'ordre 0



Synthèse de correcteur par méthode propre au numérique

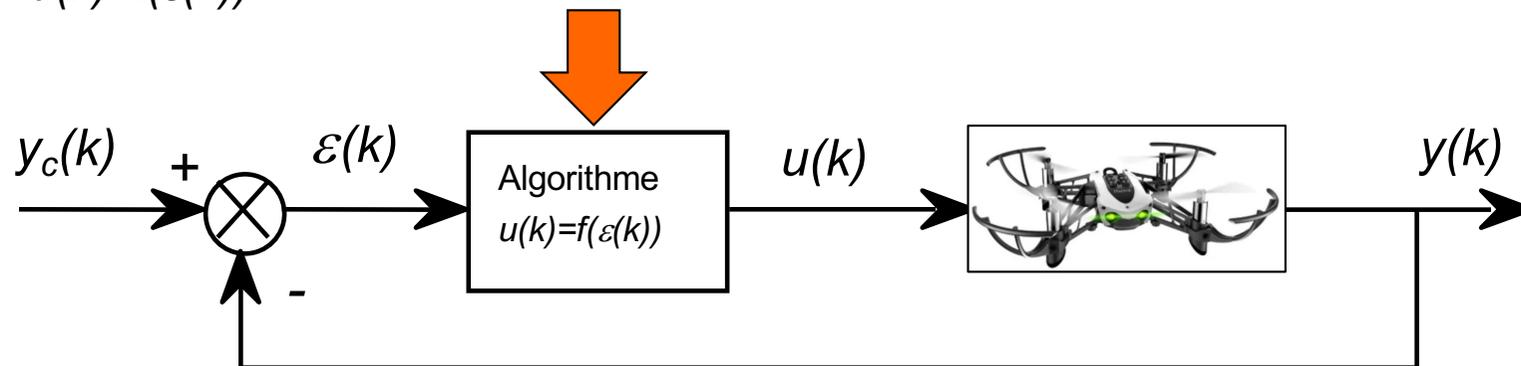
2. Détermination de $C(z)$ à partir de $G(z)$.

Différentes approches existent (voir plus loin)



3. Implantation de l'algorithme de contrôle

$$u(k) = f(\varepsilon(k))$$



Synthèse de correcteur numérique par la méthode de modèle de référence

- Principe : imposer que la fonction de transfert en boucle fermée tende vers une fonction de transfert de référence (ou désirée) $F_{ref}(z)$ (souvent 2e ordre)
- Méthodologie
 1. Déterminer un modèle $G(z)$ par discrétisation de $G(s)$ ou identification
 2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée

$$F_{BF}(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} = F_{ref}(z)$$

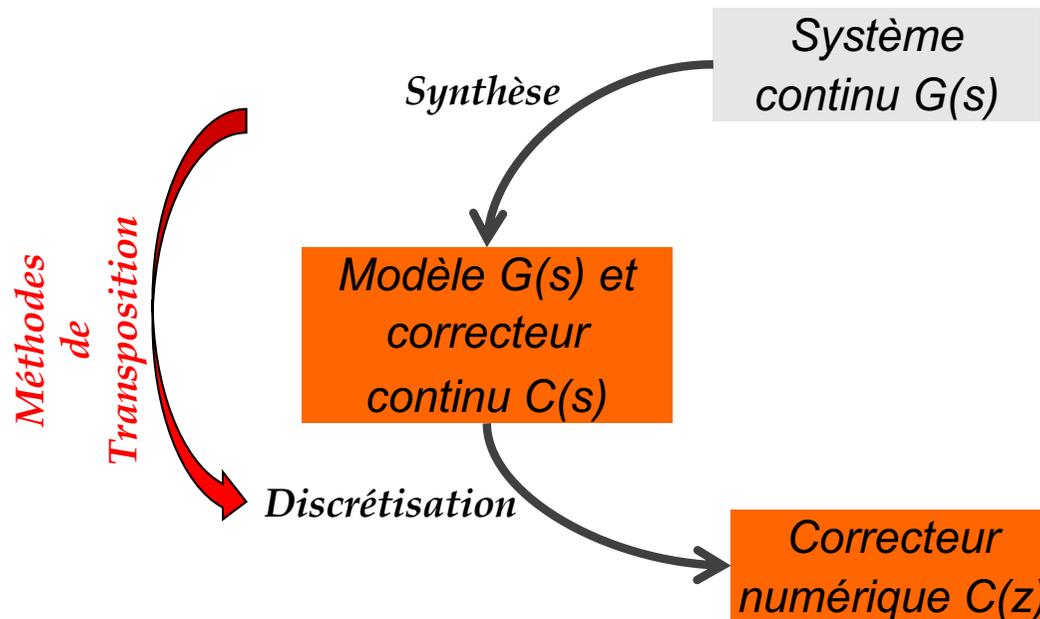
3. Déterminer les paramètres du correcteur pour que

$$C(z) = \frac{F_{ref}(z)}{G(z)(1 - F_{ref}(z))}$$

Remarques

- Choix trop contraignant de $F_{ref}(z)$ peut conduire à un correcteur non réalisable : non causal ou instable
- Dynamique désirée trop rapide de $F_{ref}(z)$ peut entraîner des valeurs commande de trop grandes amplitudes, dommageables pour le matériel

Méthodes de transposition

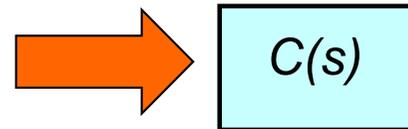


- La synthèse de correcteurs numériques par transposition de correcteurs continus est privilégiée lorsque :
 - *Un échantillonnage rapide est possible*
- Les méthodes de synthèse de régulation continue sont généralement bien maîtrisées dans le domaine industriel : correcteur PID par exemple
 - Les spécifications sont plus facilement interprétables avec des modèles continus qu'avec des modèles échantillonnés

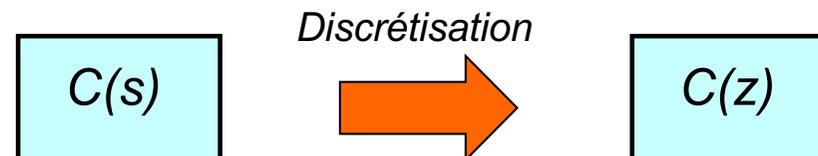
Synthèse de correcteur numérique par transposition du correcteur analogique

- Méthodologie

1. Synthèse d'un correcteur continu $C(s)$ par une des méthodes de synthèse traditionnelles (correcteur PID ou autres) déterminé à partir du modèle du système $G(s)$ à contrôler permettant de respecter le cahier des charges



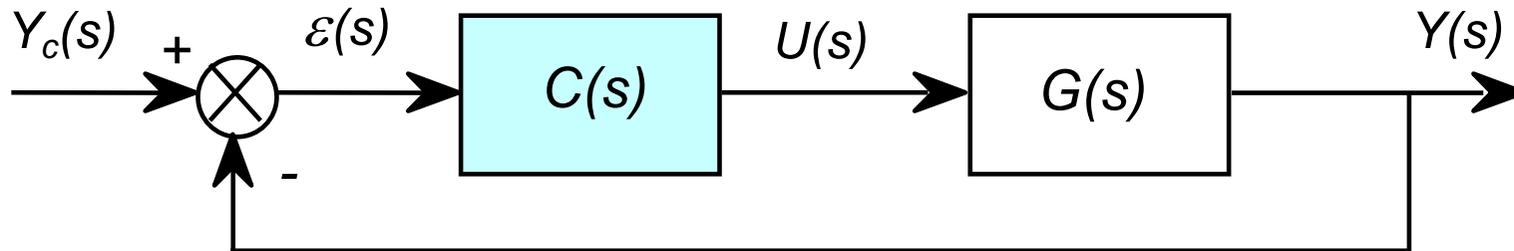
2. Transposition de la fonction de transfert continu $C(s)$ en un correcteur numérique $C(z)$ pour avoir un algorithme de régulation numérique qui s'approche le plus possible de comportement de la régulation continue



Synthèse de correcteur numérique par transposition du correcteur analogique

1. Détermination de $C(s)$ à partir de $G(s)$.

Différentes approches (PID, ...) existent (cours cours S5)

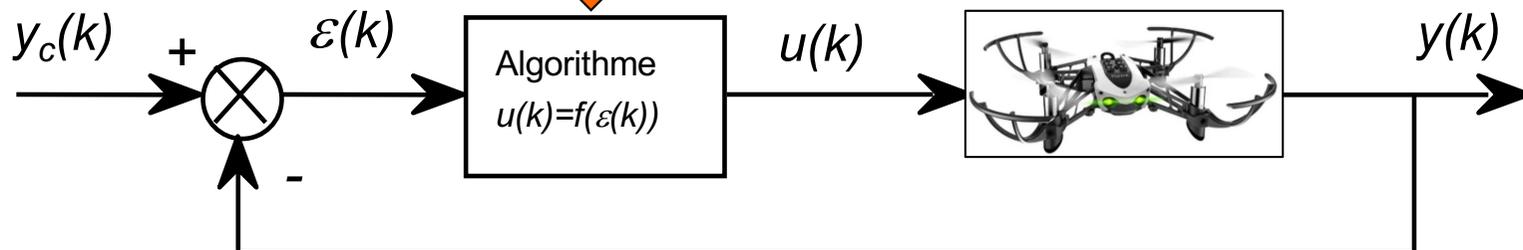


2. Transposition de $C(s)$ pour obtenir $C(z)$

3. Implantation de l'algorithme de contrôle

$$u(k) = f(\varepsilon(k))$$

Transposition par discrétisation



Méthodes de discrétisation du correcteur $C(s)$

Il en existe de nombreuses dont :

- la méthode de l'invariance impulsionnelle
- la méthode de l'invariance indicielle (= méthode du bloqueur d'ordre 0)
- la méthode des pôles et des zéros
- *la méthode de l'approximation avancée* ←
- *la méthode de l'approximation retardée* ←
- *la méthode de l'approximation de Tustin (ou bilinéaire)* ←

- ***Visualisez la vidéo de Brian Douglas***

- *Discrete control #2: Discretize! Going from continuous to discrete domain*

- **Remarque**

- *La méthode de discrétisation du bloqueur d'ordre zéro (zoh) pour trouver $C(z)$ à partir de $C(s)$ peut être utilisée mais elle n'est pas la plus adaptée ici car il n'y a pas de bloqueur avant le correcteur !*

Approximations avancée et retardée

On connaît $C(s)$

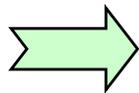
Comment en déduire $C(z)$???

On connaît la relation liant z à s :

$$z = e^{sT_e}$$


$$s = \frac{1}{T_e} \ln(z) \quad \text{Relation non linéaire !}$$

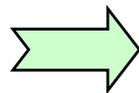
$$z = e^{sT_e} \approx 1 + T_e s + \dots$$



$$s = \frac{z-1}{T_e} = \frac{1-z^{-1}}{T_e z^{-1}}$$

Approximation avancée

$$z = \frac{1}{e^{-sT_e}} = \frac{1}{1 - T_e s + \dots}$$

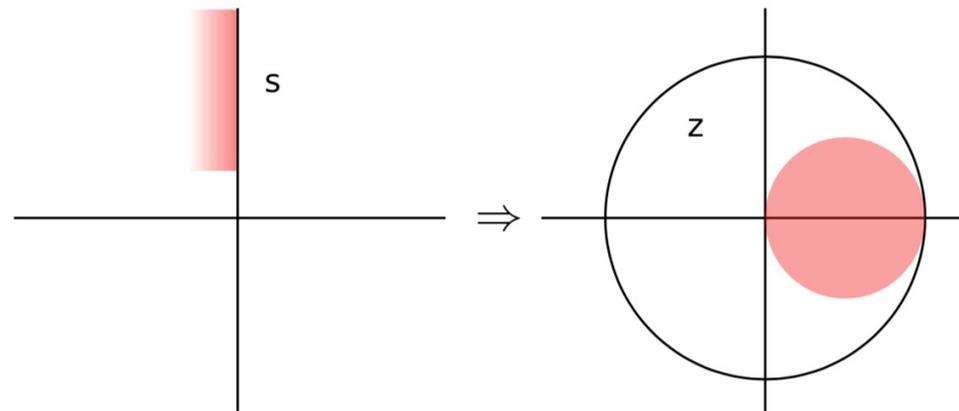


$$s = \frac{z-1}{T_e z} = \frac{1-z^{-1}}{T_e}$$

Approximation retardée

Stabilité et distorsion de l'approximation retardée

Conserve la stabilité : image de $\{s \in \mathbb{C} / \text{Re}(s) < 0\}$



Réponse fréquentielle : $z = e^{j\omega T_e}$

$$\frac{1 - e^{-j\omega T_e}}{T_e} = j\omega e^{-j\omega T_e/2} \frac{\sin(\omega T_e/2)}{\omega T_e/2}$$

Retard + distorsion

Approximation de Tustin ou bilinéaire

On connaît $C(s)$ Comment en déduire $C(z)$???

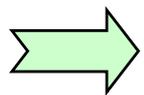
On connaît la relation liant z à s :

$$z = e^{sT_e}$$



$$s = \frac{1}{T_e} \ln(z) \quad \text{Relation non linéaire !}$$

$$z = \frac{e^{\frac{sT_e}{2}}}{e^{-\frac{sT_e}{2}}} \approx \frac{1 + \frac{T_e}{2}s + \dots}{1 - \frac{T_e}{2}s + \dots}$$

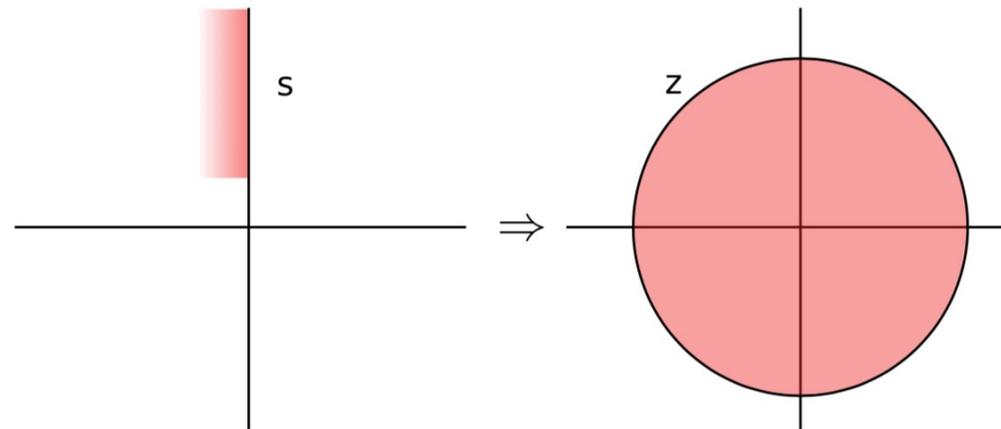


$$s = \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T_e} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

Approximation de Tustin
ou bilinéaire

Stabilité et distorsion de l'approximation de Tustin

Conserve la stabilité : image de $\{s \in \mathbb{C} / \text{Re}(s) < 0\}$



Réponse fréquentielle : $z = e^{j\omega T_e}$

$$\frac{2}{T_e} \frac{1 - e^{-j\omega T_e/2}}{1 + e^{j\omega T_e/2}} = j\omega \frac{\tan(\omega T_e/2)}{\omega T_e/2}$$

Pas de retard mais distorsion

Synthèse d'un correcteur numérique par transposition d'un correcteur continu - Exemple

Soit le correcteur continu : $C(s) = \frac{1+0,53s}{1+0,21s}$ et $T_e=0,3s$

Approximation avancée $C(z) = \frac{0,53z - 0,23}{0,21z + 0,09}$

Approximation retardée $C(z) = \frac{0,83z - 0,53}{0,51z + 0,21}$

Approximation de Tustin $C(z) = \frac{1,89z - 1,06}{z + 0,17}$

Sous Matlab : `Cd=c2d(C,Te,'tustin')`