Automatique continue
Asservissement et Régulation

5 octobre 2018 - Durée : 1h00

Aucun document autorisé - Les exercices doivent être traités dans l'ordre indiqué.

Exercice 1 - Identification d'un modèle de comportement d'un système mécanique

On étudie le comportement dynamique d'un système mécanique masse-ressort-amortisseur. Sa réponse indicielle unitaire est représentée sur la figure 1.

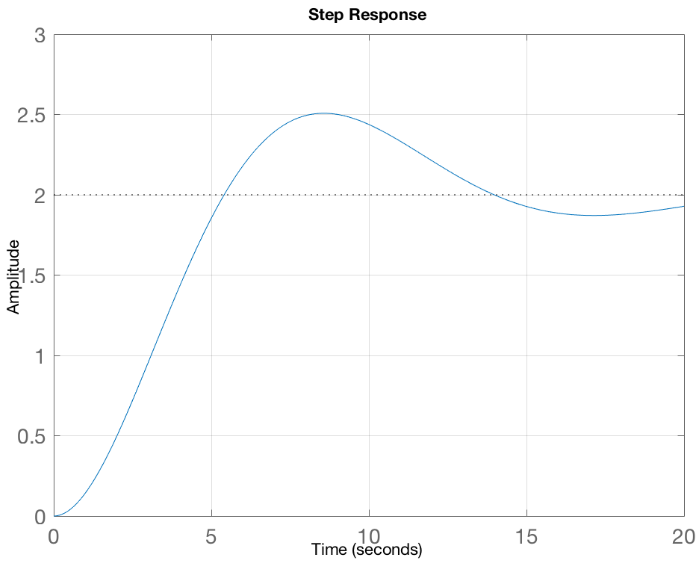

Figure 1 – Réponse indicielle unitaire du système mécanique

1.1. Proposer en justifiant un modèle sous forme de fonction de transfert $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$.

1.2. Déterminer son gain statique, son instant de 1er dépassement et sa valeur de 1er dépassement.

1.3. En déduire le coefficient d'amortissement et la pulsation propre non amortie.

Exercice 2 - Stabilité d'un système bouclé

Soit le système bouclé représenté sur la figure 2.

2.1. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $F_{BF}(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$.

2.2. Déterminer la plage de valeurs de K qui permet au système bouclé d'être stable.

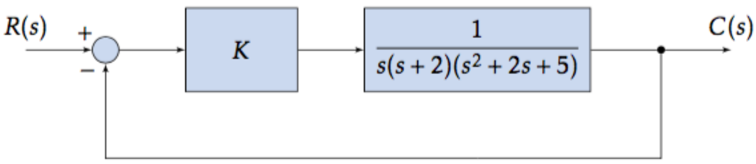

Figure 2 – Système bouclé

Problème - Contrôle en température d'un four de traitement thermique

1. Modélisation

La mise en équation d'un four de traitement thermique a conduit à l'équation suivante :

$$800\frac{d\theta(t)}{dt} + 4\theta(t) = 8u(t) + 0{,}4d(t)$$

- $\theta(t)$ est la température au sein du four
- $u(t)$, est la puissance de chauffe du four
- $d(t)$ est une perturbation

1. On suppose les conditions initiales des variables nulles et on note :

$$\mathscr{L}[\theta(t)] = \Theta(s), \mathscr{L}[u(t)] = U(s),\ \mathscr{L}[d(t)] = D(s)$$

   Montrer que le comportement dynamique du four peut être modélisé dans le domaine de Laplace par la relation suivante :

$$\Theta(s) = G(s)U(s) + G_D(s)D(s)$$

   avec :

$$G(s) = \frac{8}{4+800s} \qquad G_D(s) = \frac{0{,}4}{4+800s}$$

2. Pour chacune des fonctions de transfert $G(s)$ et $G_D(s)$, préciser les gains statiques K et K_D et les constantes de temps T et T_D .
3. Tracer, sans calcul, la réponse à un échelon unitaire sur la puissance de chauffe du four en l'absence de perturbation. Placer les paramètres K et T sur la réponse.

2. Performances de l'asservissement de température par correction PI

On suppose dans un premier temps la perturbation $d(t)$ nulle. Le schéma-bloc de l'asservissement de température est représenté sur la figure 3.

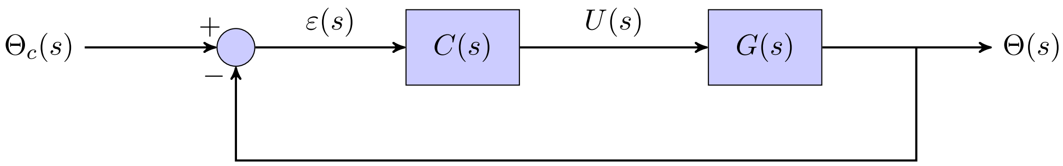

Figure 3

Le correcteur choisi est de type proportionnel-intégral et prend la forme :

$$C(s) = K_p\frac{1+T_i s}{T_i s}$$

Le cahier des charges pour l'asservissement de température doit respecter les contraintes suivantes :

— la fonction de transfert en boucle fermée doit être du 1er ordre

— le système bouclé doit être 3 fois plus rapide que le système sans correcteur

— l'erreur (statique) en régime permanent suite à un échelon de consigne sur la puissance de chauffe doit être nulle

4. En prenant la forme suivante de la fonction de transfert $G(s)$ du four

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $F_{BO}(s)$ en fonction de K, K_p, T et T_i.

5. Démontrer que le réglage de la constante de temps de l'action intégrale $T_i = T$ conduit à une fonction de transfert en boucle fermée $F_{BF}(s)$ du 1$^{\text{er}}$ ordre.
6. Avec ce réglage pour T_i, déterminer la plage de valeurs de K_p qui permet de garantir la stabilité du système bouclé.
7. Déterminer le gain K_p afin de respecter la contrainte du cahier des charges sur la rapidité.
8. Avec ce réglage du correcteur PI, vérifier si la contrainte sur l'erreur statique est respectée.

3. Question Bonus

Le système bouclé peut-il rejeter une perturbation de type échelon ? Justifier votre réponse.

Annexes

Systèmes du premier ordre

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts}$$

Les 2 paramètres caractéristiques d'un système du 1er ordre

— K : gain statique

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} = \lim_{s \to 0} G(s)$$

— T : constante de temps (pulsation de coupure $\omega_c = \frac{1}{T}$)

Valeurs caractéristiques de la réponse indicielle d'un système du premier ordre

Temps de montée à 63%	$T_m^{63\%} = T$
Temps de montée à 95%	$T_m^{95\%} \approx 3T$
Temps de réponse à 5 %	$T_r^{5\%} \approx 3T$

Identification d'un système du second ordre pseudo-périodique à partir de la réponse indicielle

$$G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2z\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Il faut déterminer à partir de la réponse indicielle le gain statique K, le coefficient d'amortissement z et la pulsation propre non amortie ω_0. La marche à suivre est la suivante :

1. Relever les valeurs finales et initiales de la réponse et de l'échelon. On en déduit K :
$$K = \frac{y(+\infty) - y(0)}{u(+\infty) - u(0)}$$
2. Relever les valeurs finale et initiale de la réponse ainsi que celle du premier dépassement $y(t_{D_1})$. On en déduit D_1, puis z :
$$D_1 = \frac{y(T_{D_1}) - y(\infty)}{y(\infty) - y(0)}; \quad z = \sqrt{\frac{(\ln(D_1))^2}{(\ln(D_1))^2 + \pi^2}}$$
3. Relever l'instant du premier dépassement T_{D_1}. On en déduit ω_0 :
$$\omega_0 = \frac{\pi}{T_{D_1}\sqrt{1-z^2}}$$

Propriétés utiles de la transformée de Laplace

$$\begin{aligned}
\mathscr{L}\left(x(t-t_0)\right) &= e^{-t_0 s} X(s) \\
\mathscr{L}\left(\dot{x}(t)\right) &= sX(s) - x(0) \\
\mathscr{L}\left(\Gamma(t)\right) &= \frac{1}{s} \\
\mathscr{L}\left(e^{-at}\Gamma(t)\right) &= \frac{1}{s+a} \\
\lim_{t \to +\infty} x(t) &= \lim_{s \to 0} sX(s) \quad \text{si la limite existe}
\end{aligned}$$