

Systèmes à commutation

Reconnaissance du mode actif

Elom Domlan, José Ragot, Didier Maquin

Centre de Recherche en Automatique de Nancy, CNRS UMR 7039
Institut National Polytechnique de Lorraine
2, Avenue de la forêt de Haye. F 54516 Vandœuvre-Lès-Nancy Cedex,



Conférence Internationale Francophone d'Automatique, 2006

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Valeurs numériques

$$\begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) = (-0.41 & 0.21 & -0.14) \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) = (-0.23 & -0.11 & 0.16) \end{cases}$$

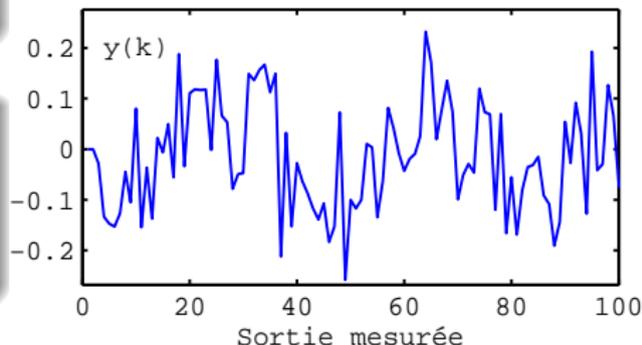
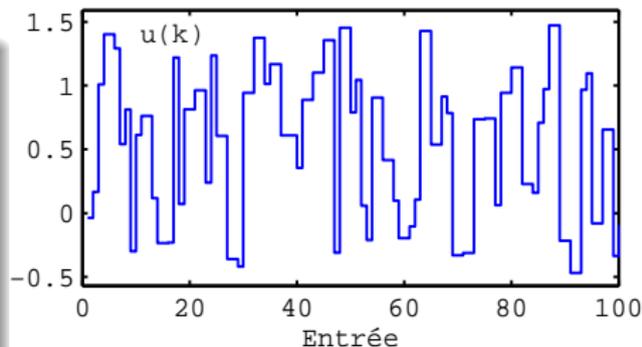


Figure : entrée et sortie

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Valeurs numériques

$$\begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) = (-0.41 & 0.21 & -0.14) \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) = (-0.23 & -0.11 & 0.16) \end{cases}$$

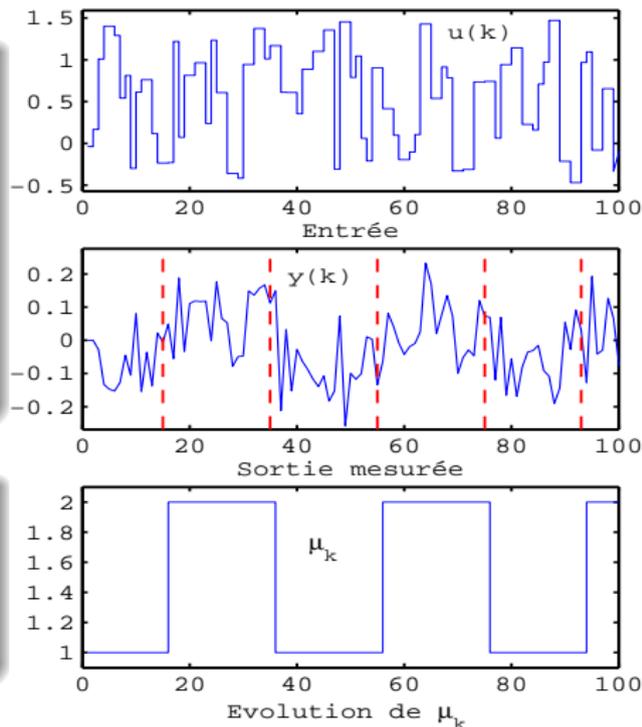


Figure : entrée, sortie et modes

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Signaux résiduels

$$\begin{cases} r_1(k) = y(k) - (a_{11} & a_{12} & b_{11}) \Psi_k^T \\ r_2(k) = y(k) - (a_{21} & a_{22} & b_{21}) \Psi_k^T \end{cases}$$

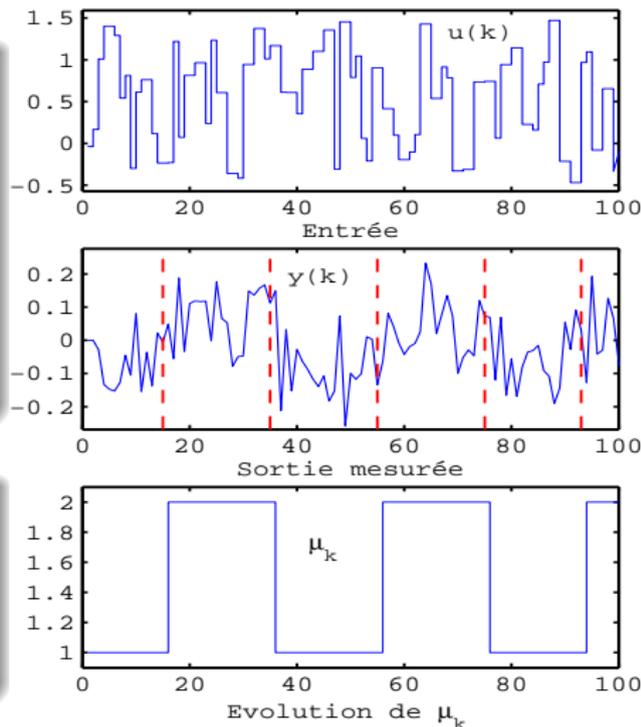


Figure : entrée, sortie et modes

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Signaux résiduels

$$\begin{cases} r_1(k) = y(k) - (a_{11} & a_{12} & b_{11}) \Psi_k^T \\ r_2(k) = y(k) - (a_{21} & a_{22} & b_{21}) \Psi_k^T \end{cases}$$

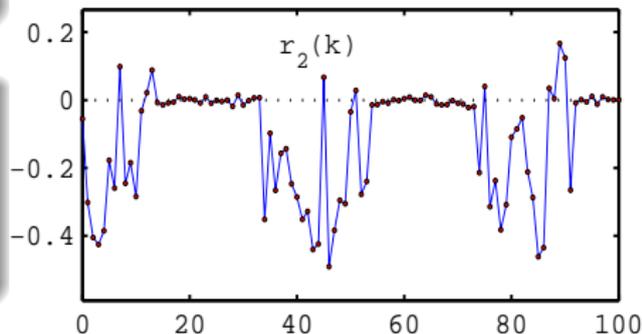
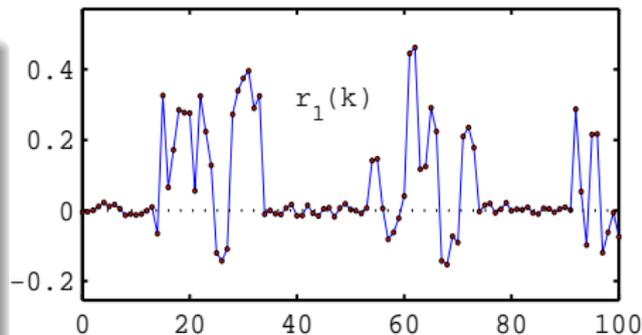


Figure : résidus

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Logique de décision

$$\begin{cases} \|r_1(k)\| \leq \delta \Rightarrow \Theta_{\mu_k} = (a_{11} & a_{12} & b_{11}) \\ \|r_2(k)\| \leq \delta \Rightarrow \Theta_{\mu_k} = (a_{21} & a_{22} & b_{21}) \end{cases}$$

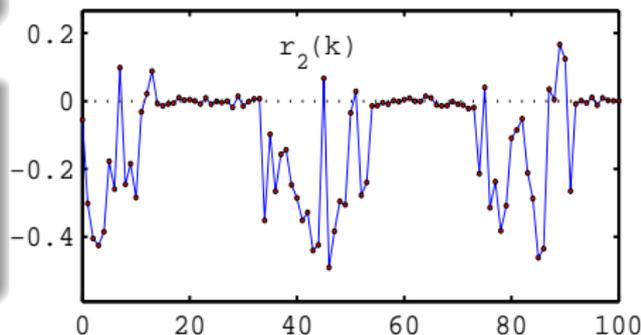
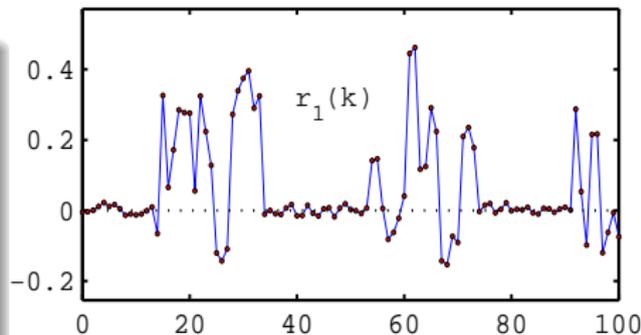


Figure : résidus

Exemple introductif

Modèle de régression avec deux modes de fonctionnement

$$y(k) = \Theta_{\mu_k} \Psi_k^T + \varepsilon(k)$$

$$\Psi_k = (y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1))$$

$$\Theta_{\mu_k} = \begin{cases} (a_{11} & a_{12} & b_{11}) & \text{si } \mu_k = 1 \\ (a_{21} & a_{22} & b_{21}) & \text{si } \mu_k = 2 \end{cases}$$

Logique de décision

$$\begin{cases} \|r_1(k)\| \leq \delta \Rightarrow \Theta_{\mu_k} = (a_{11} & a_{12} & b_{11}) \\ \|r_2(k)\| \leq \delta \Rightarrow \Theta_{\mu_k} = (a_{21} & a_{22} & b_{21}) \end{cases}$$

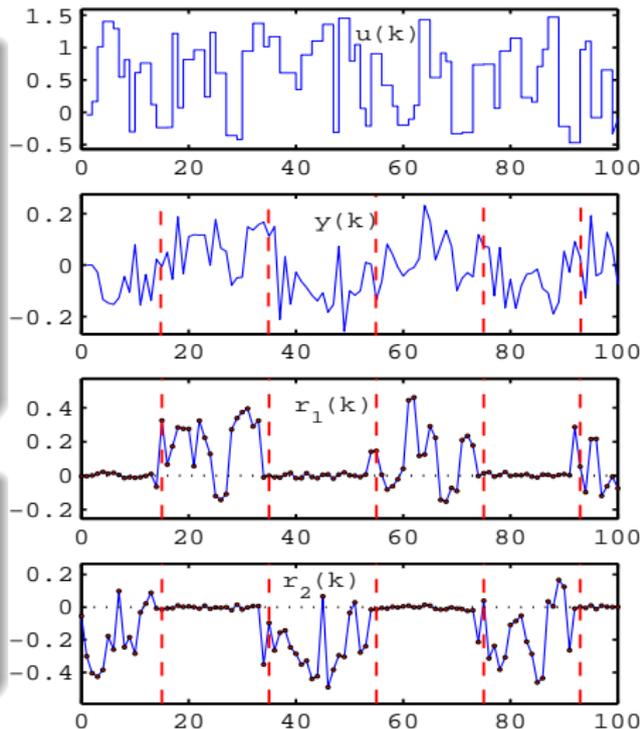


Figure : analyse des résidus

Problèmes connexes

Nombre de modes
Paramètres des modèles
Structure du mécanisme de commutation
Paramètres du mécanisme de commutation
Séquence des modes

- 1 Positionnement du problème
- 2 Reconnaissance du mode actif
- 3 Problème de discernabilité
- 4 Exemple académique
- 5 Exemple académique
- 6 Conclusion et perspectives

Connaissances a priori de :

- Signal d'entrée
- Signal de sortie
- Nombre de modes de fonctionnement
- Matrices caractérisant les divers modes de fonctionnement

Connaissances a priori de :

- Signal d'entrée
- Signal de sortie
- Nombre de modes de fonctionnement
- Matrices caractérisant les divers modes de fonctionnement

A déterminer

- Mode de fonctionnement courant
- Instants de commutation

Modèle

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{\mu_k} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases}$$

$$u(\cdot) \in \mathbb{R}^p, \mathbf{y}(\cdot) \in \mathbb{R}^q, \mathbf{x}(\cdot) \in \mathbb{R}^n$$

$$\mathbf{A}_{\mu_k} \in \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_s\}, \mathbf{s} \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$$

$$\mu_k \in \{1, 2, \dots, s\}, \mathbf{s} \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$$

Modèle

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

$$u(\cdot) \in \mathbb{R}^p, y(\cdot) \in \mathbb{R}^q, x(\cdot) \in \mathbb{R}^n$$

$$A_{\mu_k} \in \{A_1, A_2, \dots, A_s\}, s \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$$

$$\mu_k \in \{1, 2, \dots, s\}, s \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$$

Definition (Chemin)

Un chemin μ est une séquence finie de modes c'est-à-dire :

$$\mu = (\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \dots \cdot \mu_N), N \in \mathbb{N}^*.$$

Definition (Chemin)

Un chemin μ est une séquence finie de modes c'est-à-dire :

$$\mu = (\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \dots \cdot \mu_N), N \in \mathbb{N}^*.$$

Notations

- $|\mu|$: longueur du chemin μ
 $\mu = (\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \dots \cdot \mu_N) \Rightarrow |\mu| = N.$
- Θ_N : ensemble des chemins de longueur $N.$
- la matrice d'observabilité $\mathcal{O}_{\mu,N}$:

$$\mathcal{O}_{\mu,N} = \begin{pmatrix} C \\ CA_{\mu_1} \\ \vdots \\ CA_{\mu_{N-1}} \dots A_{\mu_1} \end{pmatrix}$$

Modèle

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

Modèle

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ Y_{k-h,k} = O_{\mu,h} x(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1}$$

$$T_{\mu,h} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & 0 & & \\ \vdots & & & \\ CA_{\mu_{k-1}} \dots A_{\mu_{k-h+1}} B & CA_{\mu_{k-1}} \dots A_{\mu_{k-h+2}} B & \dots & CB \end{pmatrix}$$

$$Y_{k-h,k} = (y(k-h) \quad \dots \quad y(k))^T \\ U_{k-h,k-1} = (u(k-h) \quad \dots \quad u(k-1))^T$$

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} \mathbf{x}(k-h) + \mathcal{T}_{\mu,h} U_{k-h,k-1}$$

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} \mathbf{x}(k-h) + \mathcal{T}_{\mu,h} \mathbf{U}_{k-h,k-1}$$

⇓

$$R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ \mathbf{x}(k-h) \end{pmatrix} = 0$$

$$R_{\mu,h}(k) = \begin{bmatrix} Y_{k-h,k} - \mathcal{T}_{\mu,h} \mathbf{U}_{k-h,k-1} & \mathcal{O}_{\mu,h} \end{bmatrix}$$

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} \mathbf{x}(k-h) + \mathcal{T}_{\mu,h} \mathbf{U}_{k-h,k-1}$$

⇓

$$R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ \mathbf{x}(k-h) \end{pmatrix} = 0$$

$$R_{\mu,h}(k) = \begin{bmatrix} Y_{k-h,k} - \mathcal{T}_{\mu,h} \mathbf{U}_{k-h,k-1} & \mathcal{O}_{\mu,h} \end{bmatrix}$$

⇓

$$\begin{cases} Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} \mathbf{x}(k-h) + \mathcal{T}_{\mu,h} \mathbf{U}_{k-h,k-1} & \text{1}^{\text{ère}} \text{ forme} \\ R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ \mathbf{x}(k-h) \end{pmatrix} = 0 & \text{2}^{\text{nd}} \text{e forme} \end{cases}$$

Première approche

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} X(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1}$$

↓

$$r_{\mu,h}(k) = \Omega_{\mu,h} (Y_{k-h,k} - T_{\mu,h} U_{k-h,k-1})$$

avec $\Omega_{\mu,h} \mathcal{O}_{\mu,h} = 0$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = 0$$

Seconde approche

$$R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ X(k-h) \end{pmatrix} = 0$$

↓

$$\text{rang}(R_{\mu,h}(k)) = \dim(x) = n$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) = n$$

Première approche

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} \mathbf{x}(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1}$$

↓

$$r_{\mu,h}(k) = \Omega_{\mu,h} (Y_{k-h,k} - T_{\mu,h} U_{k-h,k-1})$$

avec $\Omega_{\mu,h} \mathcal{O}_{\mu,h} = 0$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = 0$$

Seconde approche

$$R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ x(k-h) \end{pmatrix} = 0$$

↓

$$\text{rang}(R_{\mu,h}(k)) = \dim(x) = n$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) = n$$

Première approche

$$Y_{k-h,k} = \mathcal{O}_{\mu,h} X(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1}$$

↓

$$r_{\mu,h}(k) = \Omega_{\mu,h}(Y_{k-h,k} - T_{\mu,h} U_{k-h,k-1})$$

avec $\Omega_{\mu,h} \mathcal{O}_{\mu,h} = 0$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = 0$$

Seconde approche

$$R_{\mu,h}(k) \begin{pmatrix} -1 \\ x(k-h) \end{pmatrix} = 0$$

↓

$$\text{rang}(R_{\mu,h}(k)) = \dim(x) = n$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) = n$$

Algorithme

Etape 1.

Acquisition des mesures sur l'horizon $[k - h, k]$

Pour $i = 1, \dots, s^h$:

Calcul des matrices $\mathcal{O}_{\mu^i, h}$, $\Omega_{\mu^i, h}$, $T_{\mu^i, h}$

Etape 2.

A chaque instant k

Pour $i = 1, \dots, s^h$:

Calculer :

- $r_{\mu^i, h}(k)$
- $\text{rang}(R_{\mu^i, h}(k))$

Reconnaissance du chemin actif μ^*

Algorithme

Etape 1.

Acquisition des mesures sur l'horizon $[k - h, k]$

Pour $i = 1, \dots, s^h$:

Calcul des matrices $\mathcal{O}_{\mu^i, h}$, $\Omega_{\mu^i, h}$, $T_{\mu^i, h}$

Etape 2.

A chaque instant k

Pour $i = 1, \dots, s^h$:

Calculer :

- $r_{\mu^i, h}(k)$
- $\text{rang}(R_{\mu^i, h}(k))$

Reconnaissance du chemin actif μ^*

Reconnaissance du mode actif en présence de bruit

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k}x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + \varepsilon(k) \\ \forall k, |\varepsilon(k)| \leq \delta, \quad \delta > 0 \end{cases}$$
$$Y_{k-h,k} = O_{\mu,h}x(k-h) + T_{\mu,h}U_{k-h,k-1} + E_{k-h,k}$$

Influence sur les résidus

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = \Omega_{\mu,h}E_{k-h,k} \neq 0$$

↓

$$|\varepsilon(k)| \leq \delta \Rightarrow [r_{\mu,h}(k)]$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow 0 \in [r_{\mu,h}(k)]$$

Influence sur le rang de $R_{\mu,h}(k)$

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) \neq n$$

↓

$$\tau_{\mu,h} = \frac{\lambda_{\max}(R_{\mu,h})}{\lambda_{\min}(R_{\mu,h})}$$

$$\bar{\tau}_{\mu,h} = \frac{\tau_{\mu,h}}{\sum_{\mu \in \Theta_{h-1}} \tau_{\mu,h}}$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \bar{\tau}_{\mu^*,h} = \min_{\mu \in \Theta_h} (|1 - \bar{\tau}_{\mu,h}|)$$

Reconnaissance du mode actif en présence de bruit

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + \varepsilon(k) \\ \forall k, |\varepsilon(k)| \leq \delta, \quad \delta > 0 \end{cases}$$
$$Y_{k-h,k} = O_{\mu,h} x(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1} + E_{k-h,k}$$

Influence sur les résidus

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = \Omega_{\mu,h} E_{k-h,k} \neq 0$$

↓

$$|\varepsilon(k)| \leq \delta \Rightarrow [r_{\mu,h}(k)]$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow 0 \in [r_{\mu,h}(k)]$$

Influence sur le rang de $R_{\mu,h}(k)$

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) \neq n$$

↓

$$\tau_{\mu,h} = \frac{\lambda_{\max}(R_{\mu,h})}{\lambda_{\min}(R_{\mu,h})}$$

$$\bar{\tau}_{\mu,h} = \frac{\tau_{\mu,h}}{\sum_{\mu \in \Theta_{h-1}} \tau_{\mu,h}}$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \bar{\tau}_{\mu^*,h} = \min_{\mu \in \Theta_h} (|1 - \bar{\tau}_{\mu,h}|)$$

Reconnaissance du mode actif en présence de bruit

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + \varepsilon(k) \\ \forall k, |\varepsilon(k)| \leq \delta, \quad \delta > 0 \end{cases}$$
$$Y_{k-h,k} = O_{\mu,h} x(k-h) + T_{\mu,h} U_{k-h,k-1} + E_{k-h,k}$$

Influence sur les résidus

$$\mu = \mu^* \Rightarrow r_{\mu^*,h}(k) = \Omega_{\mu,h} E_{k-h,k} \neq 0$$

↓

$$|\varepsilon(k)| \leq \delta \Rightarrow [r_{\mu,h}(k)]$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow 0 \in [r_{\mu,h}(k)]$$

Influence sur le rang de $R_{\mu,h}(k)$

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \text{rang}(R_{\mu^*,h}(k)) \neq n$$

↓

$$\tau_{\mu,h} = \frac{\lambda_{\max}(R_{\mu,h})}{\lambda_{\min}(R_{\mu,h})}$$

$$\bar{\tau}_{\mu,h} = \frac{\tau_{\mu,h}}{\sum_{\mu \in \Theta_{h-1}} \tau_{\mu,h}}$$

↓

$$\mu = \mu^* \Rightarrow \bar{\tau}_{\mu^*,h} = \min_{\mu \in \Theta_h} (|1 - \bar{\tau}_{\mu,h}|)$$

Discernabilité des chemins

Définition (chemins discernables : cas déterministe)

μ^1 est discernable de μ^2 sur un horizon $[k - h, k]$ si :

$$\begin{aligned} \mu^1 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) \neq 0 \end{cases} \\ \mu^2 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) \neq 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Discernabilité des chemins

Définition (chemins discernables : cas déterministe)

μ^1 est discernable de μ^2 sur un horizon $[k - h, k]$ si :

$$\begin{aligned} \mu^1 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) \neq 0 \end{cases} \\ \mu^2 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) \neq 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = \Omega_{\mu^1, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^1, h} U_{k-h, k-1} \right) \\ r_{\mu^2, h}(k) = \Omega_{\mu^2, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^2, h} U_{k-h, k-1} \right) \end{cases}$$

Discernabilité des chemins

Définition (chemins discernables : cas déterministe)

μ^1 est discernable de μ^2 sur un horizon $[k - h, k]$ si :

$$\begin{aligned} \mu^1 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) \neq 0 \end{cases} \\ \mu^2 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) \neq 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = \Omega_{\mu^1, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^1, h} U_{k-h, k-1} \right) \\ r_{\mu^2, h}(k) = \Omega_{\mu^2, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^2, h} U_{k-h, k-1} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu^1 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = 0 \\ r_{\mu^2, h}(k) = \Omega_{\mu^2, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^2, h} U_{k-h, k-1} \right) \end{cases} \\ \mu^2 = \mu^* &\Rightarrow \begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = \Omega_{\mu^1, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^1, h} U_{k-h, k-1} \right) \\ r_{\mu^2, h}(k) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = \Omega_{\mu^1, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^1, h} U_{k-h, k-1} \right) \\ r_{\mu^2, h}(k) = \Omega_{\mu^2, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^2, h} U_{k-h, k-1} \right) \end{cases}$$

Discernabilité des chemins

$$\begin{cases} r_{\mu^1, h}(k) = \Omega_{\mu^1, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^1, h} U_{k-h, k-1} \right) \\ r_{\mu^2, h}(k) = \Omega_{\mu^2, h} \left(Y_{k-h, k} - T_{\mu^2, h} U_{k-h, k-1} \right) \end{cases}$$

Théorème (discernabilité des chemins : cas déterministe)

μ^1 est discernable de μ^2 sur un horizon $[k - h, k]$, si :

$$\begin{aligned} U_{k-h, k-1} &\notin \mathcal{N}_r \left(\Omega_{\mu^1, h} \left(T_{\mu^2, h} - T_{\mu^1, h} \right) \right) \\ U_{k-h, k-1} &\notin \mathcal{N}_r \left(\Omega_{\mu^2, h} \left(T_{\mu^1, h} - T_{\mu^2, h} \right) \right) \\ \mathbf{C} &\notin \mathcal{N}_l \left(A_i - A_j \right), i \neq j, i, j \in \mathbf{S}_{1,2} = \{1, \dots, s_{\mu^1, 2}\} \end{aligned}$$

\mathcal{N}_r : opérateur espace nul à droite

\mathcal{N}_l : opérateur espace nul à gauche

$\mathbf{S}_{1,2}$: ensemble des modes intervenant dans μ^1 et μ^2 .

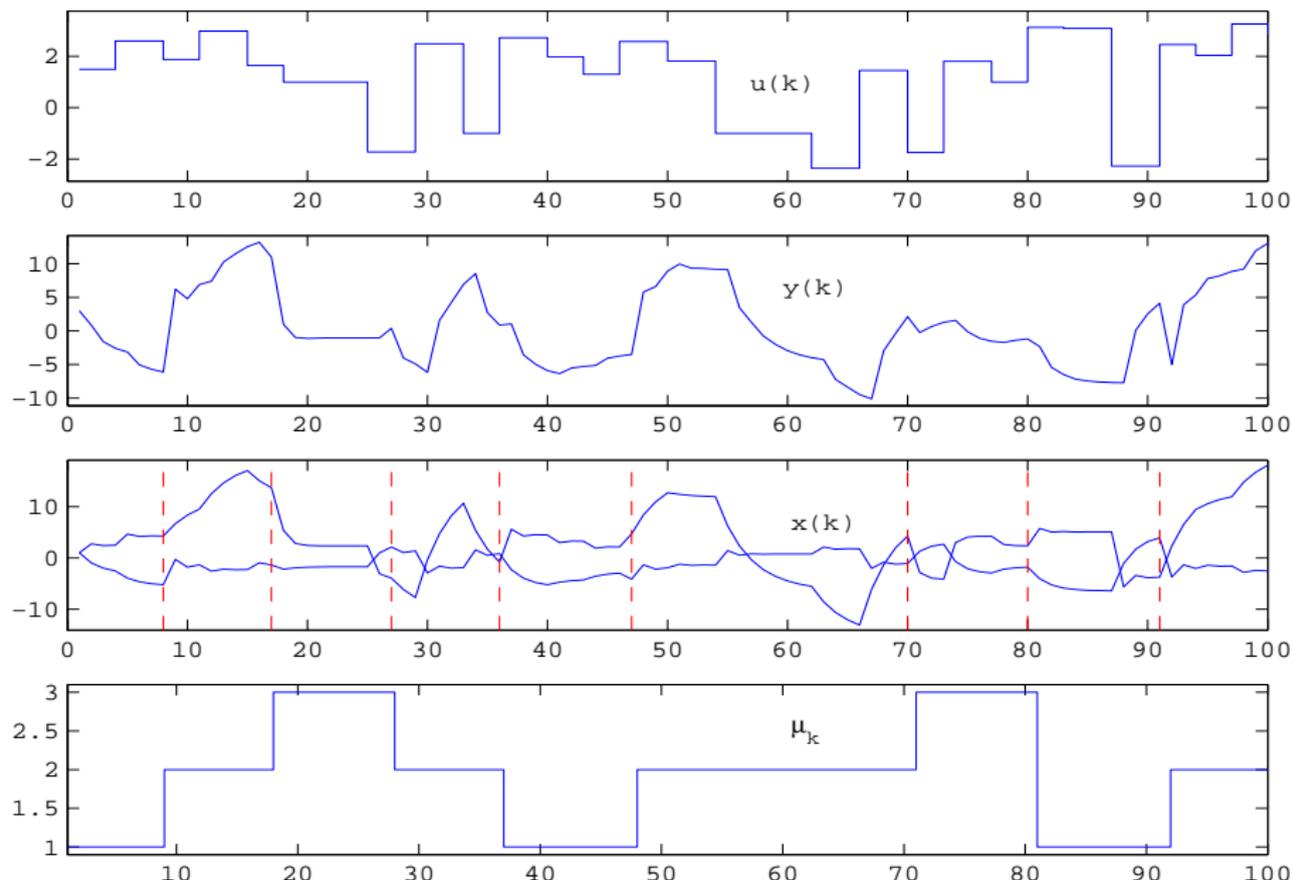
Exemple académique

Matrices caractérisant le système

$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.211 & 0 \\ 0 & 0.521 \end{pmatrix} A_2 = \begin{pmatrix} 0.691 & 0 \\ 0 & -0.310 \end{pmatrix} A_3 = \begin{pmatrix} 0.153 & 0 \\ 0 & 0.410 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}^T C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Exemple académique



Exemple académique

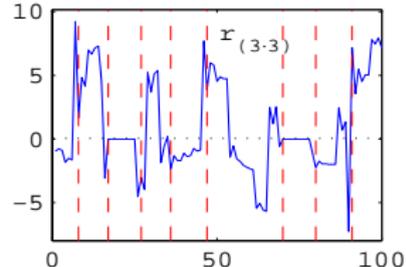
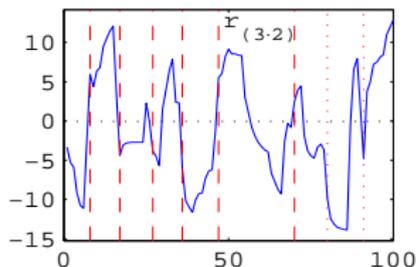
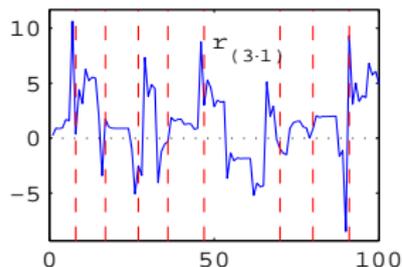
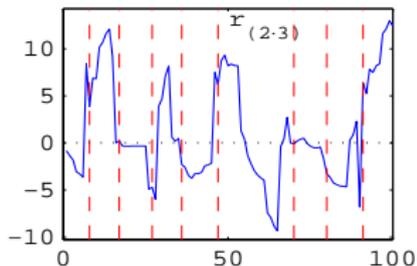
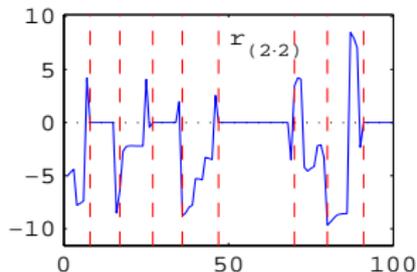
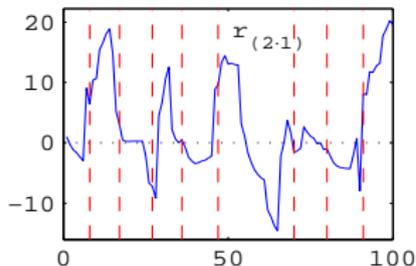
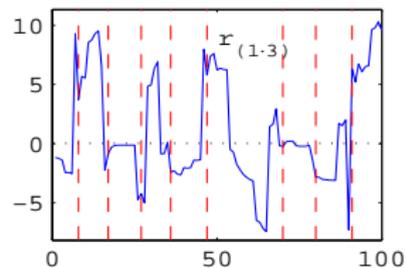
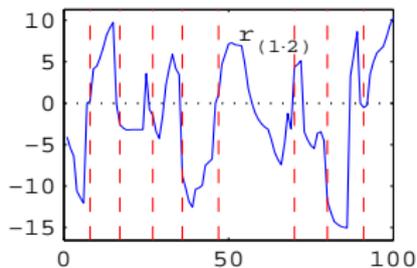
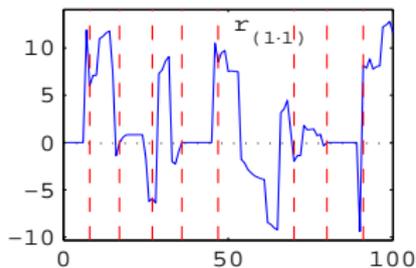
Chemins de longueur 2 sur $[k - 2, k]$

N° du chemin	1	2	3	4	5	6	7	8	9
μ_1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
μ_2	1	2	3	1	2	3	1	2	3

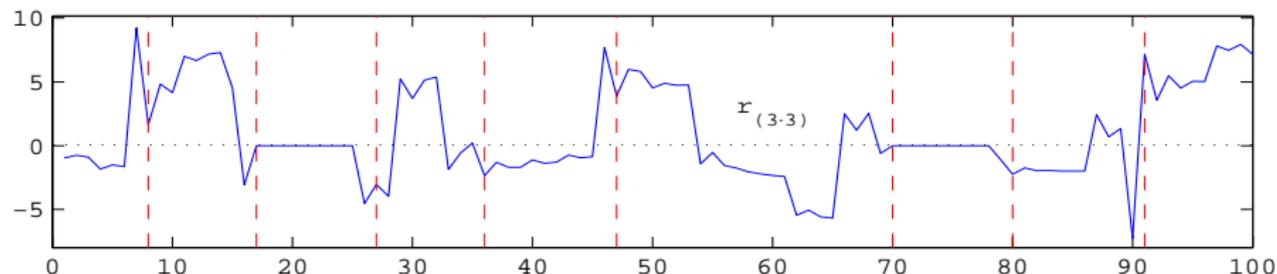
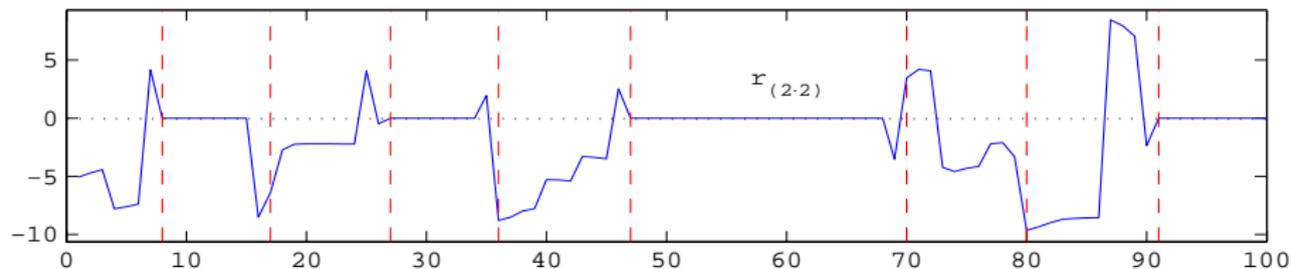
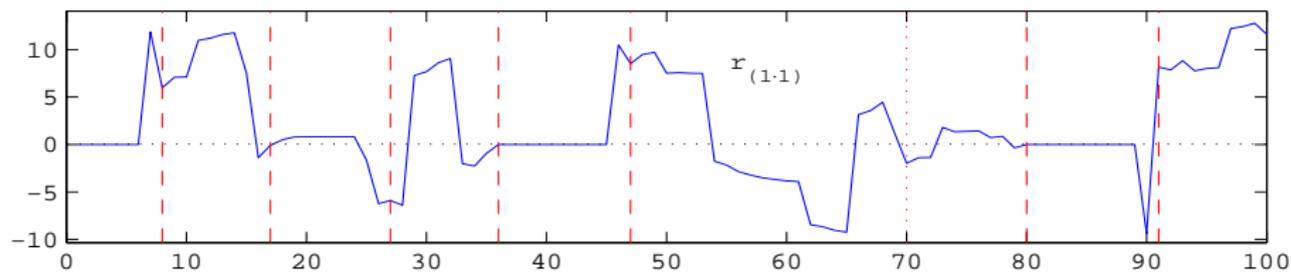
Matrices d'observabilité

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{O}_{(1 \cdot 1),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_1 \\ CA_1 A_1 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(2 \cdot 1),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_1 \\ CA_2 A_1 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(3 \cdot 1),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_1 \\ CA_3 A_1 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{O}_{(1 \cdot 2),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_2 \\ CA_1 A_2 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(2 \cdot 2),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_2 \\ CA_2 A_2 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(3 \cdot 2),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_2 \\ CA_3 A_2 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{O}_{(1 \cdot 3),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_3 \\ CA_1 A_3 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(2 \cdot 3),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_3 \\ CA_2 A_3 \end{pmatrix} \\ \mathcal{O}_{(3 \cdot 3),h} = \begin{pmatrix} C \\ CA_1 \\ CA_3 A_3 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

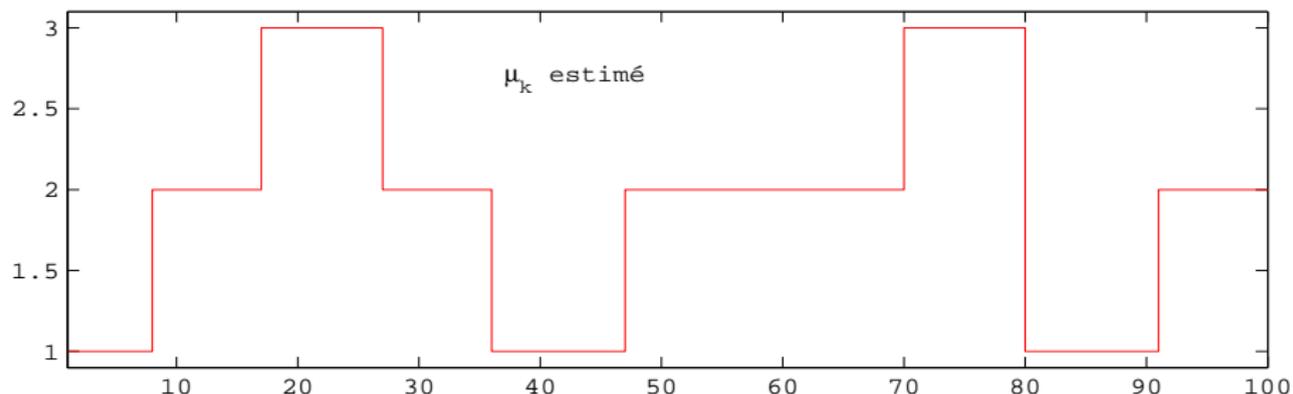
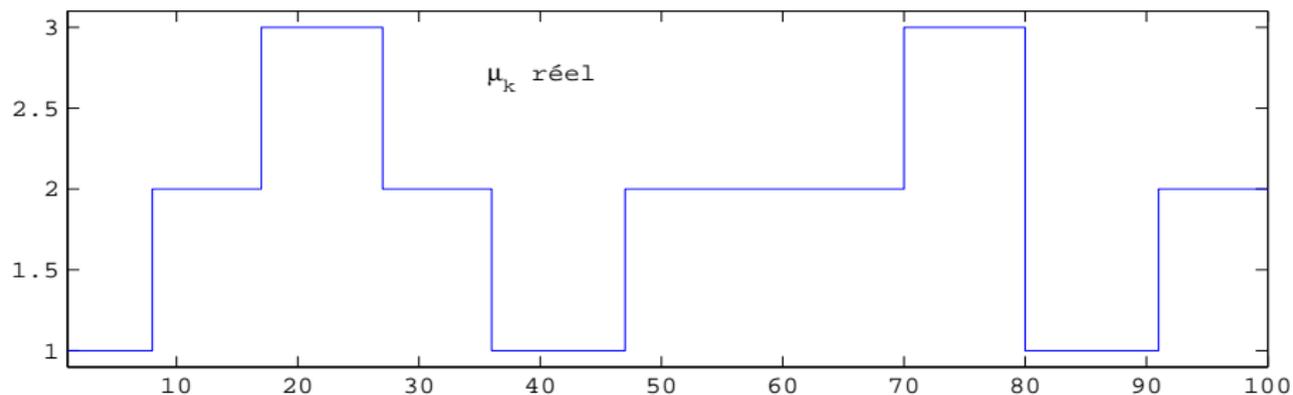
Exemple académique



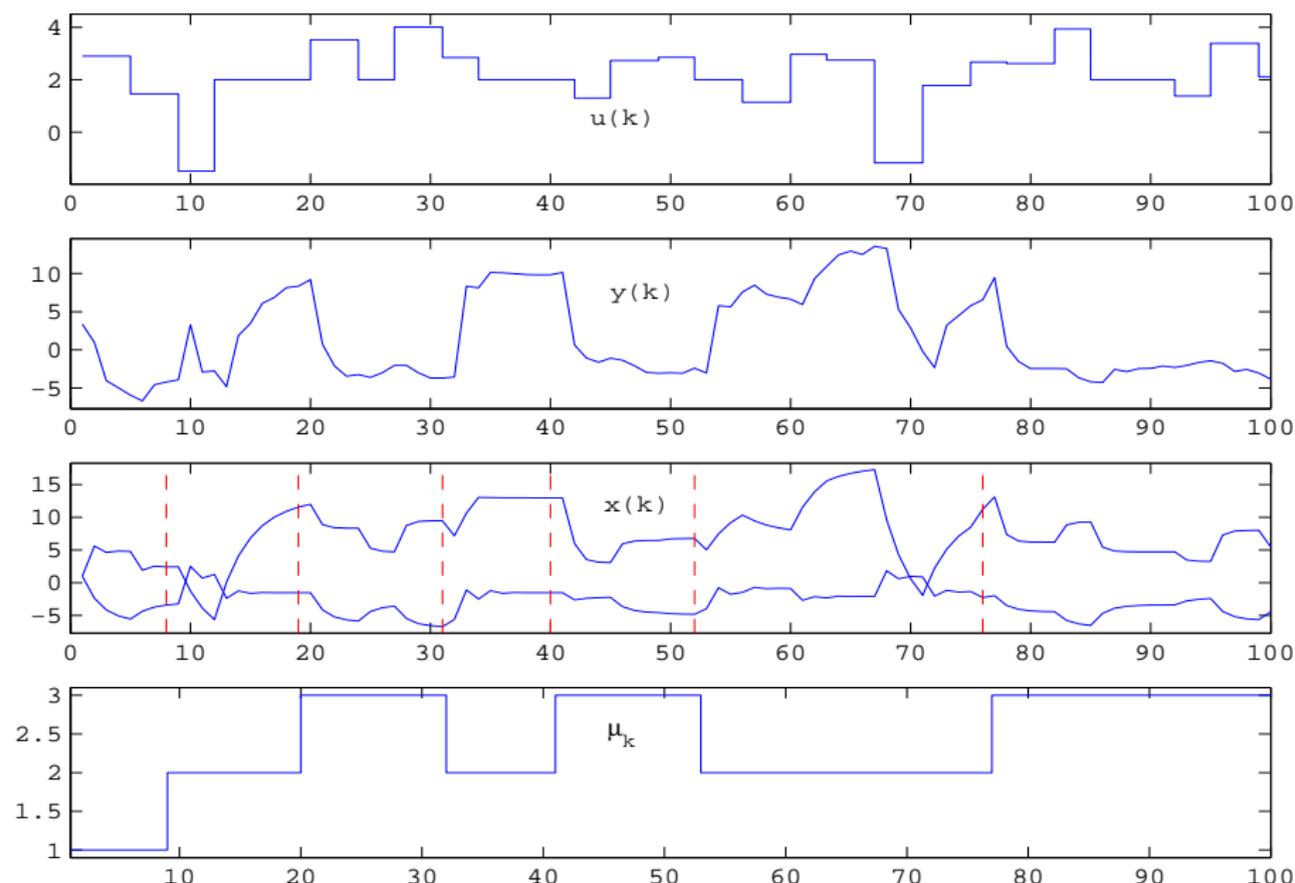
Exemple académique



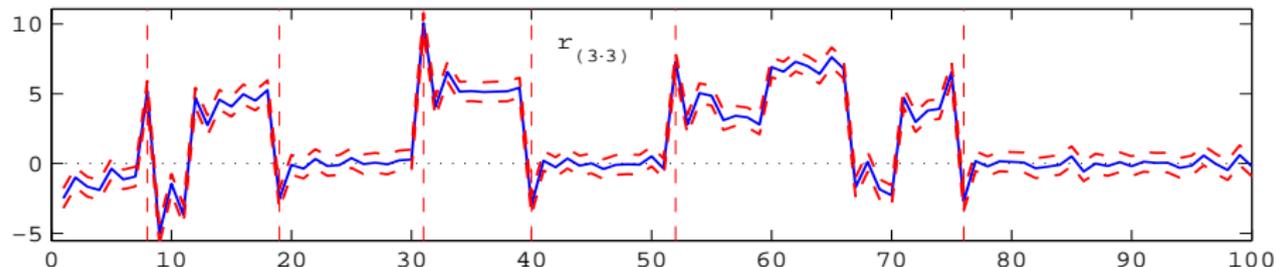
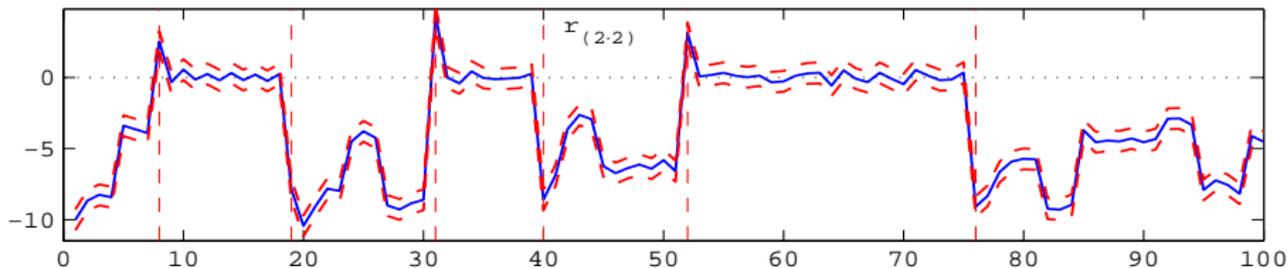
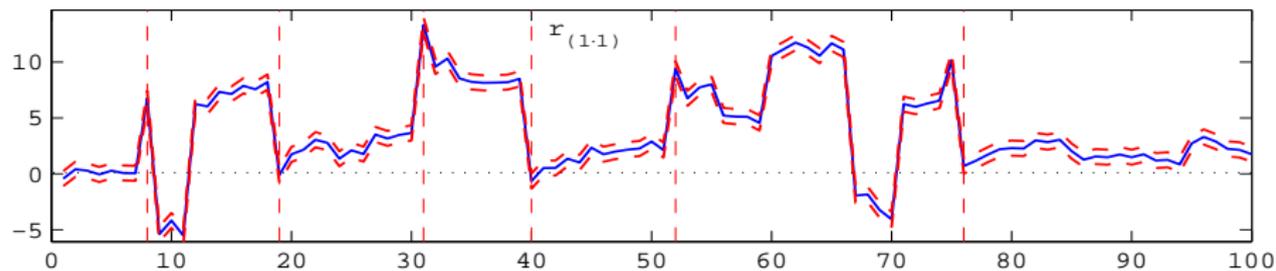
Exemple académique



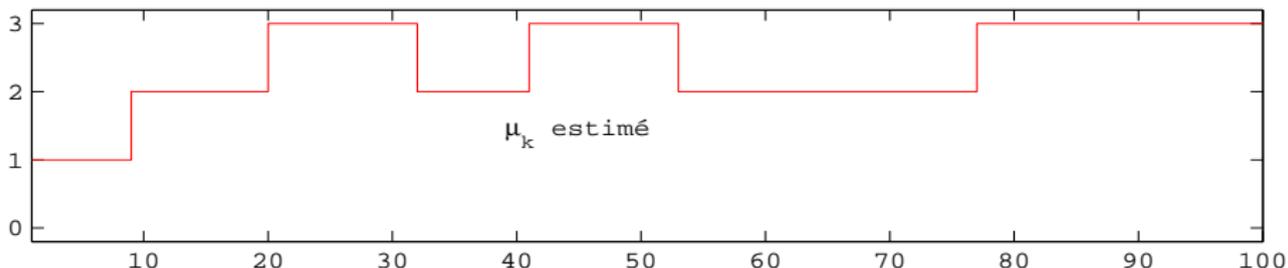
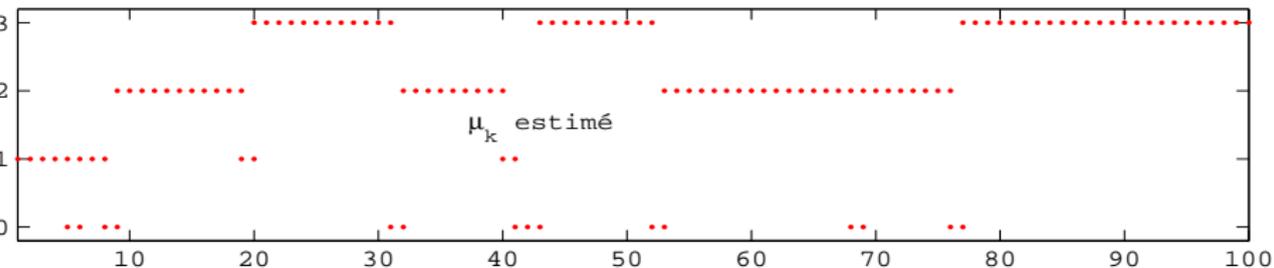
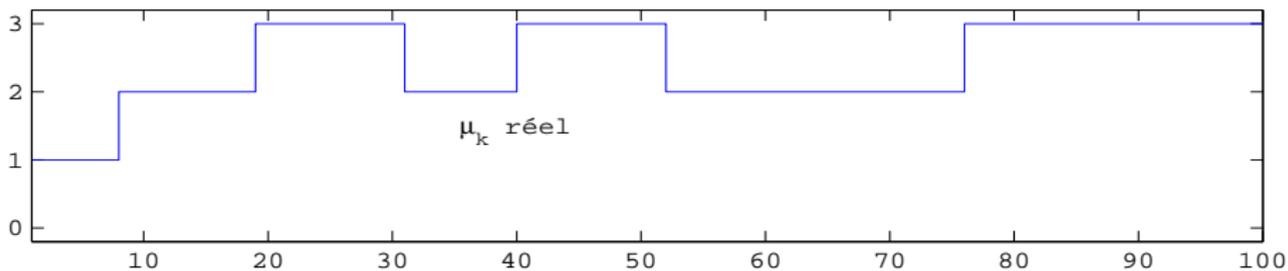
Exemple académique



Exemple académique



Exemple académique



Modèle à commutation avec structure de la loi de commutation

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

$$\mu_k = \begin{cases} 1 & \text{si } \nu_k = -1 \\ 2 & \text{si } \nu_k = 1 \end{cases}$$

$$\nu_k = \text{signe}(x\varphi_k)$$

$$\varphi_k = [Y_{k-1, k-n_a} \quad U_{k-1, k-n_b} \quad 1]^T$$



$$\nu_k(x\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

Modèle à commutation avec structure de la loi de commutation

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\mu_k} x(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

$$\mu_k = \begin{cases} 1 & \text{si } \nu_k = -1 \\ 2 & \text{si } \nu_k = 1 \end{cases}$$

$$\nu_k = \text{signe}(\chi\varphi_k)$$

$$\varphi_k = [Y_{k-1, k-n_a} \quad U_{k-1, k-n_b} \quad 1]^T$$

⇓

$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

Identification du mécanisme de commutation

$$\varphi_k = (y_{k-1} \quad u_{k-1} \quad 1)^T \quad \chi = (\alpha \quad \beta \quad 0)$$

$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

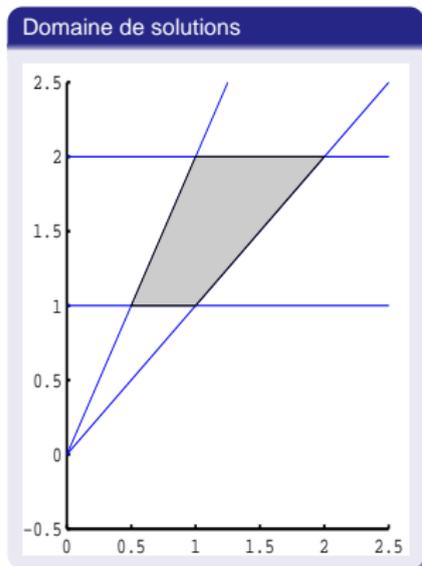
u_{k-1}	0	0	-1	-2
y_{k-1}	-1	-2	0	0
ν_k	1	-1	1	-1

Identification du mécanisme de commutation

$$\varphi_k = (y_{k-1} \quad u_{k-1} \quad 1)^T \quad \chi = (\alpha \quad \beta \quad 0)$$

$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

u_{k-1}	0	0	-1	-2
y_{k-1}	-1	-2	0	0
ν_k	1	-1	1	-1



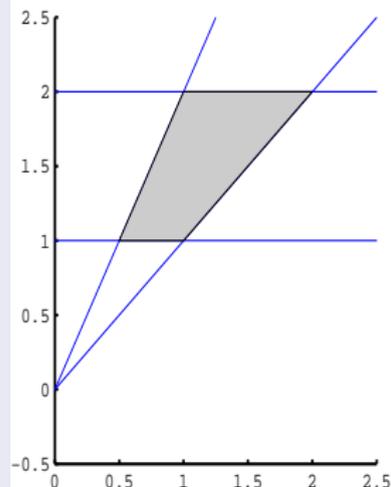
Identification du mécanisme de commutation

$$\varphi_k = (y_{k-1} \quad u_{k-1} \quad 1)^T \quad \chi = (\alpha \quad \beta \quad 0)$$

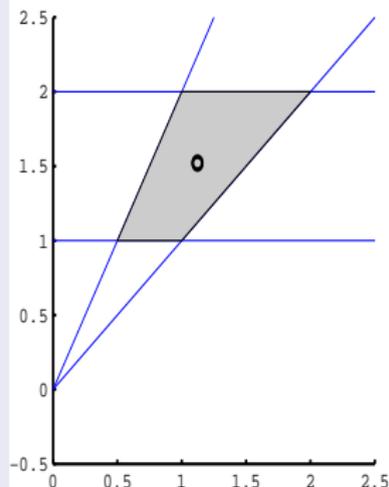
$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

u_{k-1}	0	0	-1	-2
y_{k-1}	-1	-2	0	0
ν_k	1	-1	1	-1

Domaine de solutions



Solution particulière



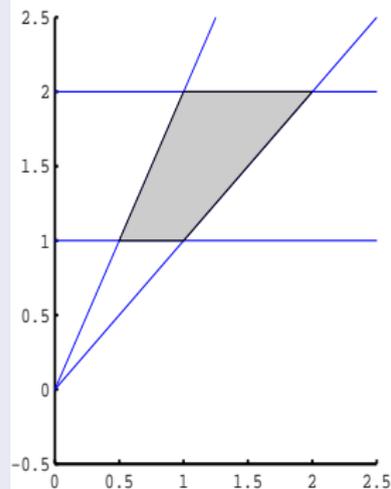
Identification du mécanisme de commutation

$$\varphi_k = (y_{k-1} \quad u_{k-1} \quad 1)^T \quad \chi = (\alpha \quad \beta \quad 0)$$

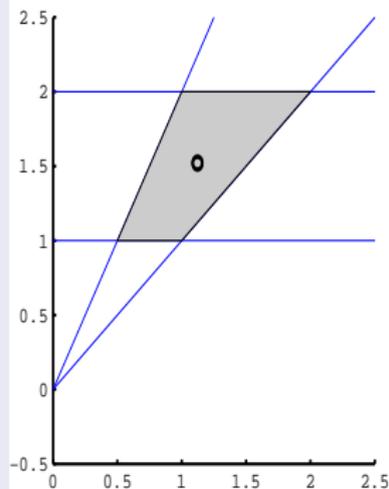
$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

u_{k-1}	0	0	-1	-2
y_{k-1}	-1	-2	0	0
ν_k	1	-1	1	-1

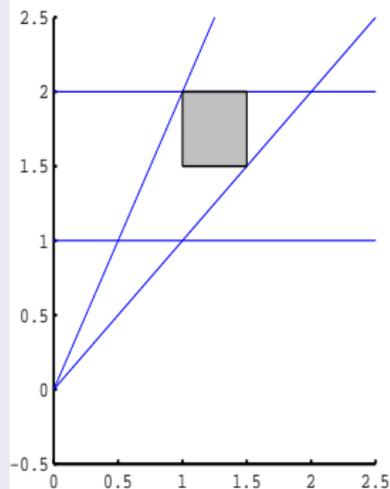
Domaine de solutions



Solution particulière



Domaine de solutions de forme simple



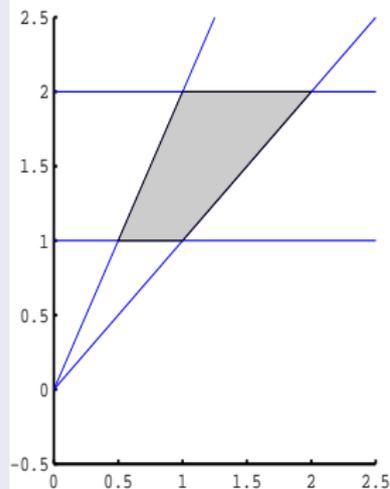
Identification du mécanisme de commutation

$$\varphi_k = (y_{k-1} \quad u_{k-1} \quad 1)^T \quad \chi = (\alpha \quad \beta \quad 0)$$

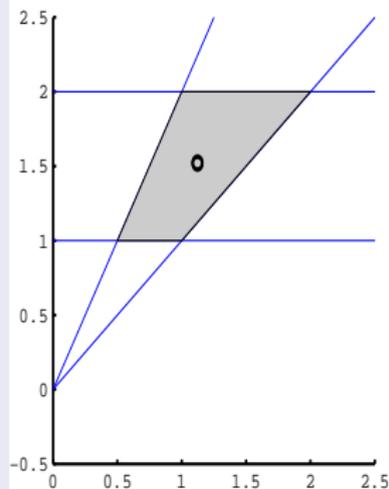
$$\nu_k(\chi\varphi_k) > 0, \quad k = 1, \dots, N$$

u_{k-1}	0	0	-1	-2
y_{k-1}	-1	-2	0	0
ν_k	1	-1	1	-1

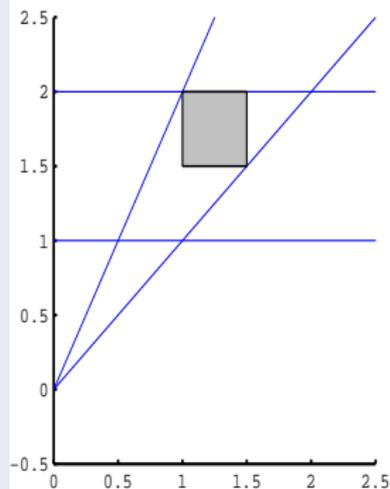
Domaine de solutions



Solution particulière



Domaine de solutions de forme simple



Exemple académique

Matrices caractérisant le système

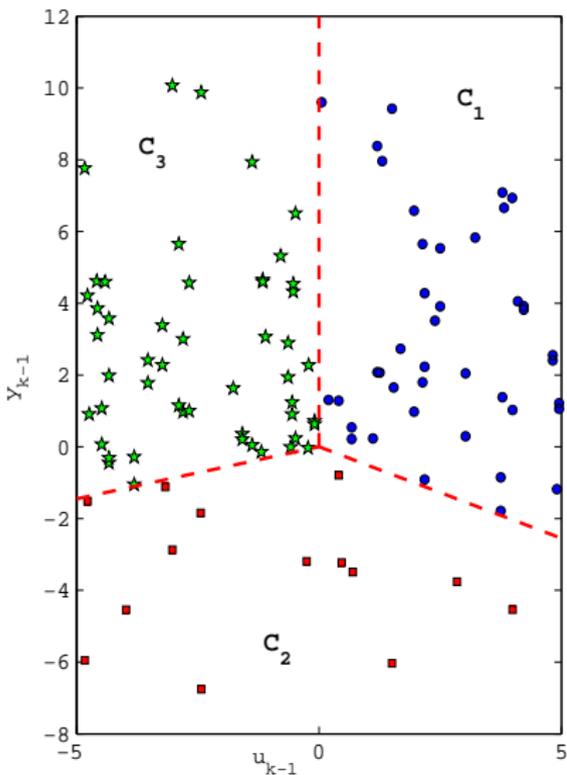
$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.211 & 0 \\ 0 & 0.521 \end{pmatrix} A_2 = \begin{pmatrix} 0.691 & 0 \\ 0 & -0.310 \end{pmatrix} A_3 = \begin{pmatrix} 0.153 & 0 \\ 0 & 0.410 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}^T C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Mécanisme de commutation

$$\begin{cases} \mu_k = 1 & \text{si } \chi_1 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T < 0 \text{ et } \chi_2 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T > 0 \\ \mu_k = 2 & \text{si } \chi_1 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T > 0 \text{ et } \chi_3 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T < 0 \\ \mu_k = 3 & \text{si } \chi_3 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T > 0 \text{ et } \chi_2 \begin{bmatrix} y_{k-1} & u_{k-1} & 1 \end{bmatrix}^T < 0 \\ \chi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.51 & 0 \end{bmatrix} & \chi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \chi_3 = \begin{bmatrix} 1 & -0.29 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Paramètres bornés



χ_1	χ_{10}	χ_{r1}
1	1.013	0.526
0.51	0.694	0.215
0	0.001	0.000

χ_2	χ_{20}	χ_{r2}
0	0.013	0.180
1	1.052	0.381
0	0.011	0.021

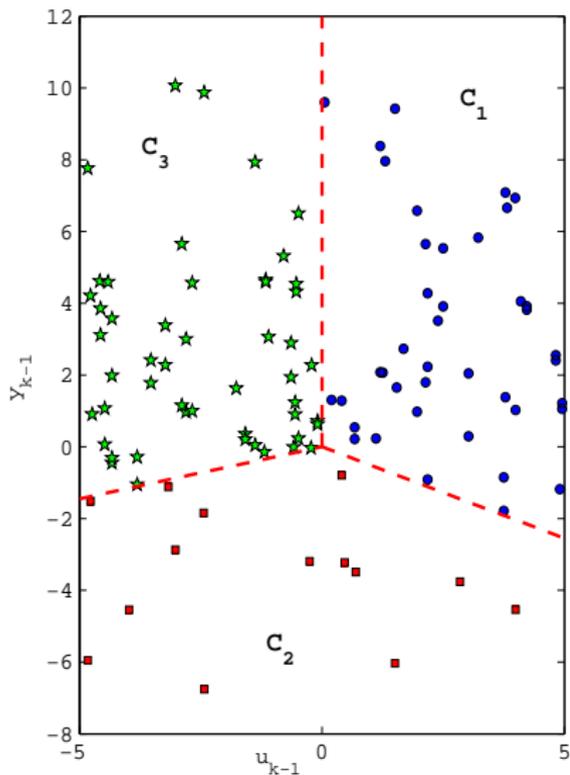
χ_3	χ_{30}	χ_{r3}
1	1.112	0.281
-0.29	-0.326	0.197
0	0.007	0.001

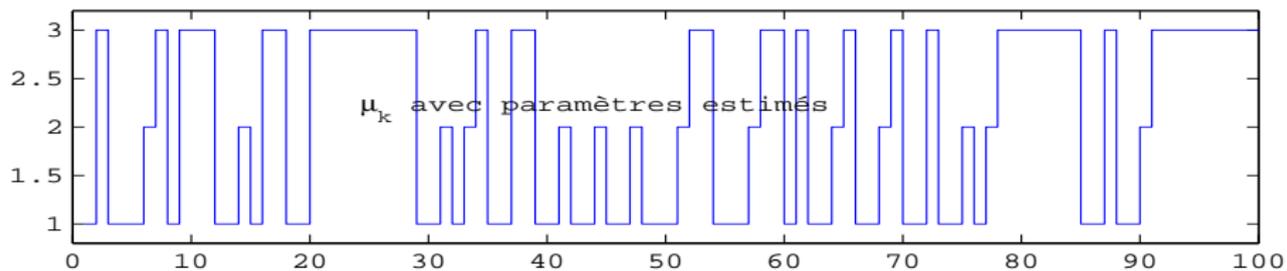
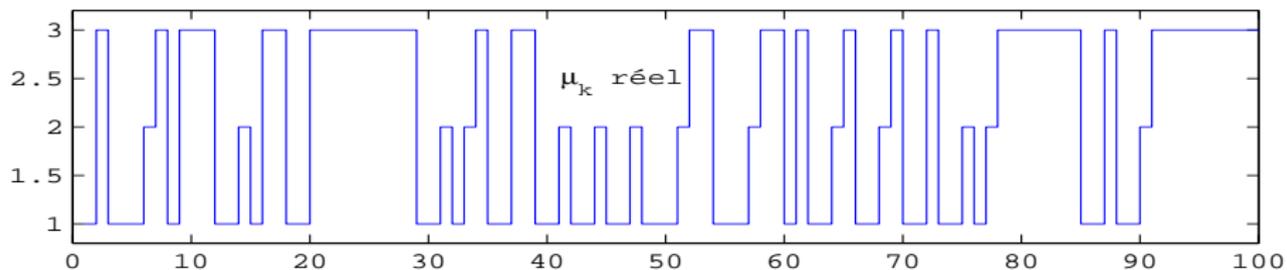
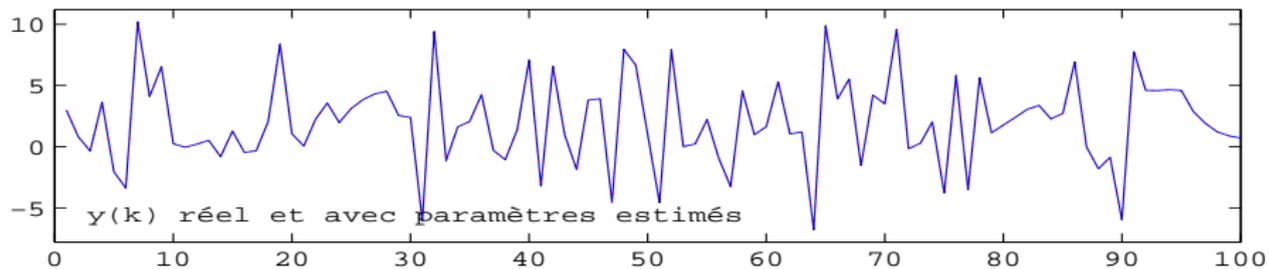
Paramètres bornés

χ_1	χ_{10}	χ_{r1}
1	1.013	0.526
0.51	0.694	0.215
0	0.001	0.000

χ_2	χ_{20}	χ_{r2}
0	0.013	0.180
1	1.052	0.381
0	0.011	0.021

χ_3	χ_{30}	χ_{r3}
1	1.112	0.281
-0.29	-0.326	0.197
0	0.007	0.001





- Recherche du mode actif
- Analyse de discernabilité
- Identification du mécanisme de commutation

- Discernabilité en présence de bruit
- Estimation d'état
- Fonctionnement en mode non supervisé

- Recherche du mode actif
 - Analyse de discernabilité
 - Identification du mécanisme de commutation
-
- Discernabilité en présence de bruit
 - Estimation d'état
 - Fonctionnement en mode non supervisé