Chapitre 3

Eléments de conception d'une architecture d'instrumentation

1. Introduction

La conception de l'architecture d'un système d'instrumentation est décisive dans l'amélioration de la sûreté de fonctionnement des processus industriels. En effet, de la position des capteurs et de leur nombre dépend la possibilité d'observer un processus, d'estimer son état et, par conséquent, de déterminer le type de commande à appliquer. De façon plus générale, le problème posé est celui du diagnostic de fonctionnement qui consiste à estimer l'état d'un système, décider s'il est normal ou anormal, juger de la "gravité" de l'état anormal et en fonction de cette appréciation, décider d'une action à entreprendre pour essayer de maintenir les performances de ce système.

Les résultats présentés ici concernent les systèmes linéaires en régime statique. Ces modèles sont fréquemment utilisés lorsqu'on établit des bilans matière ou des bilans énergétiques. De nombreux travaux ont déjà été publiés sur l'analyse de l'observabilité des systèmes en régime statique. Les premiers ont porté sur l'étude des systèmes linéaires et sont probablement dus à Vaclavek (1969) ; par la suite, Stanley et Mah (1981) et Crowe *et al.* (1983) ont largement contribué à développer cette analyse. Les algorithmes d'observabilité qui ont été proposés sont généralement basés sur la théorie des graphes (Mah *et al.*, 1976) ou sur une classification des variables à partir d'une matrice de projection (Crowe, 1989). Après la phase d'analyse qui met en évidence les redondances mais aussi les éventuelles faiblesses du système d'instrumentation, il convient de proposer des modifications de la position des capteurs existants ou même des ajouts de capteurs. Ces modifications sont étudiées compte tenu d'objectifs précis : rendre observable une variable particulière, accroître le degré de redondance d'une autre, augmenter la précision de l'estimation d'une variable particulièrement utile à la conduite du processus, tolérer la défaillance d'un capteur (Maquin, 1994). Il n'existe à ce jour que très peu de travaux visant à la conception d'un système d'instrumentation et respectant des contraintes telles que

celles énoncées précédemment. Citons les travaux de Madron *et al.* (1992) qui proposent une solution basée sur l'analyse de la matrice d'incidence du graphe associé au processus, ceux de Immonen (1994) qui formalise le problème en termes de programmation linéaire mixte, c'est-à-dire dont les variables d'optimisation peuvent être entières, ce qui permet de prendre en compte l'occurrence et la position des mesures dans l'optimisation. Les travaux les plus élaborés sont sans doute ceux présentés par Ali *et al.* (1993) et Luong *et al.* (1994). Basées sur l'analyse des cycles du graphe associé au processus, ces études, d'inspiration commune, prennent simultanément en compte l'observabilité des variables et la fiabilité des capteurs qui les mesurent afin de proposer une architecture d'instrumentation “optimale" par rapport à certains critères. Les résultats de l'application de l'une de ces méthodes sur un exemple industriel sont présentés dans (Turbatte *et al.*, 1994).

L’organisation de ce chapitre est la suivante. Au paragraphe 2, nous décrivons succinctement la manière de représenter les systèmes considérés à l’aide d’un graphe orienté. Le troisième paragraphe est consacré à la présentation intuitive de différentes notions. Après avoir rappelé les notions fondamentales d’observabilité et de redondance, nous présentons et formalisons celle de redondance multiple (degré de redondance) qui permet de tolérer des pannes de capteurs sans nuire à la possibilité de conduire le processus considéré. Les notions intuitives précédentes sont ensuite systématisées au quatrième paragraphe à l’aide des outils de base de la théorie des graphes. Après cette étape d’analyse d’un processus, qui inclue la classification des variables selon leur degré de redondance, nous proposons une méthode de placement de capteurs sous contraintes ce qui permet de concevoir une architecture d'instrumentation satisfaisant des contraintes de sûreté de fonctionnement. La détection et la localisation de défauts font l’objet du paragraphe 5. Les relations entre détectabilité, isolabilité et degré de redondance y sont mises en évidence. Des exemples de conception d’architecture d’instrumentation satisfaisant des contraintes de détectabilité et d’isolabilité de défauts de capteurs illustrent la méthode proposée. Le sixième paragraphe est consacré à l’évaluation de la fiablité d’un système d’instrumentation qui rend compte, globalement, de la qualité de ce système. On met en évidence les liens très forts entre les degrés de redondance des différentes variables du processus et la fiabilité de l’architecture d’instrumentation.

2. Modèles utilisés

Les processus considérés sont ceux pouvant être décrits par un graphe orienté (réseau de transport) comme celui de la figure 3.1.

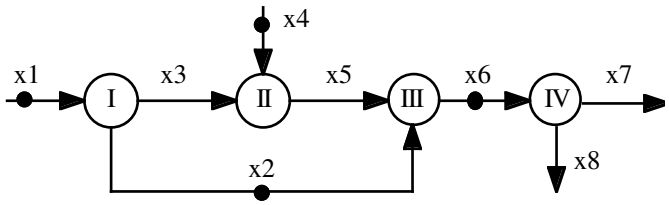

Figure 3.1. Graphe d'un processus.

Afin de clarifier la représentation, le noeud "environnement" vers lequel entreraient les voies de sortie du processus ($x7$ et $x8$) et duquel sortiraient les voies d'entrée ($x1$ et $x4$) n'a pas été représenté et sera systématiquement omis lors des schématisations suivantes. Un tel processus peut, de manière équivalente, être décrit par un ensemble d'équations linéaires :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x1} - \boldsymbol{x2} - x3 = 0 & (3.1a) \\ x3 + \boldsymbol{x4} - x5 = 0 & (3.1b) \\ \boldsymbol{x2} + x5 - \boldsymbol{x6} = 0 & (3.1c) \\ \boldsymbol{x6} - x7 - x8 = 0 & (3.1d) \end{cases}$$

Le processus est équipé de capteurs mesurant différentes variables de flux ; ceux-ci sont schématisés par un point sur le graphe et les variables correspondantes apparaissent en gras dans les équations. Le système d'équations linéaires précédent peut également être écrit sous forme matricielle en définissant le vecteur $X = (x1 \;\; x2 \;\; x3 \;\; x4 \;\; x5 \;\; x6 \;\; x7 \;\; x8)^T$. Les quatre équations se regroupent alors sous l'écriture $MX = 0$ où M est la matrice d'incidence du graphe formée exclusivement de 1, de -1 ou de 0.

3. Démarche intuitive - définitions

3.1. *Analyse de l'observabilité*

La classification basée sur l'observabilité consiste à mettre en évidence deux catégories de variables : les variables observables dont on peut connaître la valeur (par mesure directe ou par déduction) et les variables inobservables (Ragot *et al.*, 1990). Compte tenu de la dimension restreinte du système précédent, cette analyse peut être conduite intuitivement. La somme des équations (3.1a), (3.1b) et (3.1c) permet d'extraire une équation de redondance : $\boldsymbol{x1} + \boldsymbol{x4} - \boldsymbol{x6} = 0$, c'est-à-dire une équation ne faisant intervenir que des variables mesurées. Les équations (3.1a) et (3.1c) sont des équations de déduction qui permettent de calculer les grandeurs non mesurées $x3$ et $x5$. Enfin, les variables $x7$ et $x8$

sont inobservables par manque d'informations. Cette analyse conduit à la classification des variables dans quatre catégories distinctes :

$$L_{me} = \{x1, x4, x6\} \qquad L_{m\bar{e}} = \{x2\} \qquad L_{\bar{m}e} = \{x3, x5\} \qquad L_{\bar{m}\bar{e}} = \{x7, x8\}$$

Le premier indice (m ou $\bar{m}$) précise si la variable est mesurée ou non mesurée et le second (e ou $\bar{e}$) si elle est estimable ou non estimable. A partir du concept d'observabilité précédemment décrit, on peut définir la notion de degré de redondance qui se révélera très utile lors de la prise en compte des défaillances de capteurs.

3.2. *Observabilité minimale d'une variable*

Une variable est redondante de degré 0 (observabilité minimale) s'il existe au moins une configuration telle que la panne d'un seul capteur du processus rend cette variable inaccessible. C'est par exemple le cas des variables mesurées non estimables. Certaines variables non mesurées peuvent également posséder cette propriété. Considérons le graphe de la figure 3.2, où la position des mesures est repérée par un point.

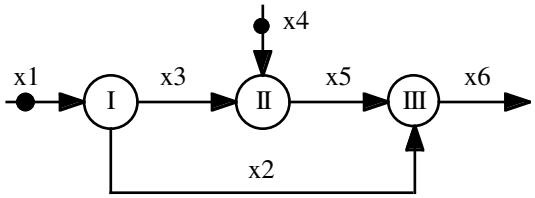

Figure 3.2. Graphe numéro 1.

L'écriture du bilan global du processus, $\boldsymbol{x1} + \boldsymbol{x4} - x6 = 0$, permet d'obtenir l'équation de déduction de la variable $x6$. En fonctionnement normal, lorsqu'on dispose des valeurs des mesures de $x1$ et de $x4$, la variable $x6$ est déductible. Mais lors de la défaillance de l'un des capteurs mesurant $x1$ ou $x4$, la variable $x6$ devient inaccessible. Nous dirons que la variable $x6$ est une "variable redondante de degré 0" ou une "variable d'observabilité minimale".

3.3. *Redondance de degré quelconque*

La notion précédente peut être étendue. Une variable redondante de degré k est une variable observable dont la valeur reste déductible lors de la défaillance simultanée de k capteurs quelconque du processus. Illustrons par un second exemple, le cas d'une redondance de degré 2 en considérant le graphe de la figure 3.3.

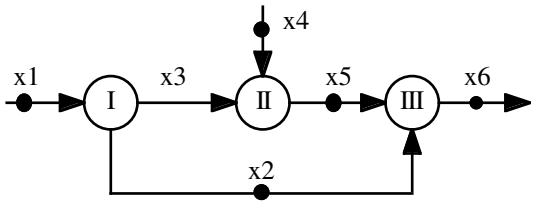

Figure 3.3. Graphe numéro 2.

Il existe 10 combinaisons différentes de deux capteurs simultanément défaillants parmi cinq. Considérons la variable $x6$. Les combinaisons faisant intervenir les défaillances de deux capteurs ne mesurant pas la variable $x6$ ne nuisent pas à l'observabilité de cette variable, car sa valeur reste connue par sa mesure directe. Il y a 6 combinaisons de ce type, examinons les quatre combinaisons restantes. Rappelons tout d'abord les équations du processus dans lesquelles les variables mesurées sont écrites en caractères gras.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x1} - \boldsymbol{x2} - x3 = 0 & (3.2a) \\ x3 + \boldsymbol{x4} - \boldsymbol{x5} = 0 & (3.2b) \\ \boldsymbol{x2} + \boldsymbol{x5} - \boldsymbol{x6} = 0 & (3.2c) \end{cases}$$

En cas de défaillance des capteurs mesurant $x1$ et $x6$, l'équation (3.2c) permet de déduire la valeur de $x6$ qui devient la seule inconnue de cette équation. Il en est de même lors de la défaillance simultanée des capteurs mesurant $x4$ et $x6$. Lors de la défaillance simultanée des couples de capteurs ($x2$, $x6$) ou ($x5$, $x6$), c'est l'équation de bilan global $\boldsymbol{x1} + \boldsymbol{x4} - x6 = 0$ qui permet la déduction de la valeur de la variable $x6$. En conclusion, la variable $x6$, qui reste observable même lors de la défaillance de deux capteurs quelconques du processus, est redondante de degré 2.

3.4. *Positionnement de capteurs sous contraintes de redondance*

Les définitions précédentes permettent de caractériser une variable quelconque du processus à l'aide de son degré de redondance qui traduit sa disponibilité au regard des pannes de capteurs. Afin de simplifier la présentation, intéressons-nous à la redondance de degré 1. Le lecteur vérifiera aisément, compte tenu de ce qui précède, les deux principes suivants :

Principe 1 : Toutes les variables intervenant dans une équation de redondance sont au moins redondantes de degré 1.

***Principe 2* :** Une variable non mesurée est redondante de degré 1 si, et seulement si, elle intervient au moins dans une équation où toutes les autres variables sont redondantes de degré 1.

Considérons maintenant la configuration de la figure 3.4, où la variable $x6$ est redondante de degré 0 :

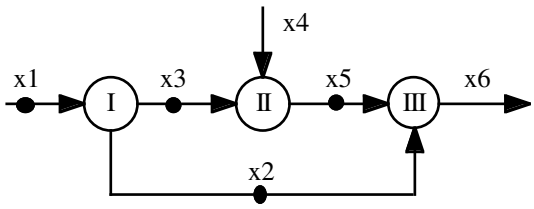

Figure 3.4. Graphe numéro 3.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x1} - \boldsymbol{x2} - \boldsymbol{x3} = 0 & \text{(3.3a)} \\ \boldsymbol{x3} + \boldsymbol{x4} - \boldsymbol{x5} = 0 & \text{(3.3b)} \\ \boldsymbol{x2} + \boldsymbol{x5} - x6 = 0 & \text{(3.3c)} \end{cases}$$

Cherchons où placer des capteurs pour que la variable $x6$ devienne redondante de degré 1. La valeur de cette variable non mesurée peut être déduite des valeurs de $x2$ et $x5$ (équation (3.3c)). La variable $x2$ est redondante de degré 1 car elle intervient dans une équation de redondance (équation (3.3a)), en revanche, $x5$ est d'observabilité minimale (degré de redondance égal à zéro). Si le capteur mesurant $x5$ est défaillant, cette variable n'est plus observable ; par conséquent $x6$ n'est plus déductible. En conclusion, pour que la variable $x6$ soit redondante de degré 1, on peut, soit mesurer $x6$ (application du principe 1), soit mesurer $x4$, pour que $x5$ soit redondante de degré 1 (application du principe 2).

Les degrés de liberté offerts dans cet exemple sont extrêmement restreints. L'objectif ici était juste de sensibiliser le lecteur à ces concepts. On peut cependant énoncer maintenant les règles qui permettent d'assurer la redondance de degré 1 d'une variable quelconque :

Règle 1 : Mesurer toutes les variables d'une équation comportant la variable concernée.

Règle 2 : Mesurer toutes les variables intervenant dans deux équations indépendantes comportant la variable concernée sauf cette dernière.

La généralisation des règles précédentes permettant d'assurer un degré de redondance quelconque est immédiate.

4. Démarche systématique - algorithmes

4.1. *Analyse d'observabilité basée sur l'analyse des cycles*

La théorie des graphes offre la possibilité de décrire un graphe de différentes manières. Nous avons évoqué, au paragraphe 2, la matrice d'incidence qui permet à elle seule de caractériser un graphe. Une autre possibilité consiste à utiliser la matrice des cycles fondamentaux de ce graphe (Berge, 1983). Celle-ci peut d'ailleurs se déduire aisément de la matrice d'incidence (Deo, 1967). Par de simples permutations de lignes et de colonnes, on peut isoler de M sa partie régulière M_r :

$$M = \begin{pmatrix} M_s & M_r \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

La matrice des cycles fondamentaux s'écrit alors :

$$C_y = \left| \begin{pmatrix} C_1 & I \end{pmatrix} \right| \quad \text{avec} \quad C_1^T = -M_r^{-1} M_s \tag{3.5}$$

où I est une matrice identité de dimensions appropriées. La valeur absolue signifie simplement que l'on ne s'intéresse qu'à l'occurrence des variables dans les cycles.

Disposant de cette matrice des cycles fondamentaux, il est possible, par combinaisons linéaires, d'engendrer une nouvelle matrice décrivant tous les cycles possibles d'un graphe donné. L'analyse de cette dernière matrice permet d'obtenir la classification des variables selon le concept d'observabilité. Cette analyse repose sur les quatre règles suivantes :

Règle I : Une variable mesurée est estimable (variable redondante) si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles où au moins deux variables sont mesurées.

Règle II : Une variable mesurée est non estimable si, et seulement si, elle appartient au moins à un cycle où elle est la seule variable mesurée.

Règle III : Une variable non mesurée est déductible (estimable) si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles comportant au moins une variable mesurée.

Règle IV : Une variable non mesurée est non déductible (non estimable) si, et seulement si, elle appartient au moins à un cycle où aucune variable n'est mesurée.

L'algorithme de classification des variables comporte alors les quatre étapes suivantes :

1) Déterminer la matrice de tous les cycles du graphe, soit C_t cette matrice.

2) Extraire de C_t la sous-matrice des cycles comportant au maximum deux variables mesurées (la connaissance des cycles comportant plus de deux mesures n'est pas nécessaire ici).

3) Détecter les cycles ne comportant pas de variables mesurées ; les variables non mesurées qui interviennent dans ces cycles sont les variables non mesurées non estimables (*règle IV*). Les autres variables non mesurées du processus sont les variables non mesurées déductibles.

4) Détecter les cycles contenant une seule variable mesurée ; les variables mesurées qui interviennent dans ces cycles sont les variables mesurées non estimables (*règle II*). Les autres variables mesurées du processus sont les variables mesurées estimables.

A titre d'exemple, considérons le processus décrit par le graphe de la figure 3.5 :

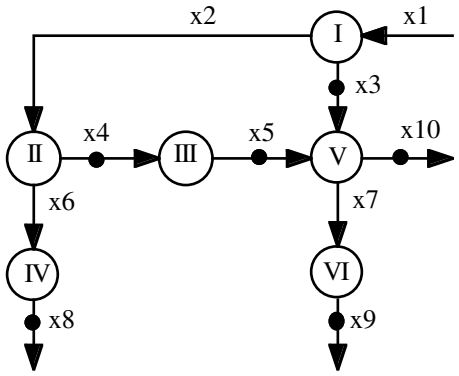

Figure 3.5. Graphe numéro 4.

La matrice de tous les cycles du graphe est donnée Table 3.1. Les quatre premiers cycles de cette matrice sont les cycles fondamentaux du graphe à partir desquels tous les autres cycles ont été engendrés. La sous-matrice des cycles comportant au plus deux variables mesurées est donnée à la Table 3.2.

4	**9**	1	6	2	7	**8**	**10**	**3**	**5**
.	**.**	1	1	1	.	**1**	**.**	**.**	**.**
.	**1**	.	.	.	1	**.**	**1**	**.**	**.**
.	**1**	1	.	.	1	**.**	**.**	**1**	**.**
1	**1**	1	.	1	1	**.**	**.**	**.**	**1**
.	**1**	1	1	1	1	**1**	**1**	**.**	**.**
.	**1**	.	1	1	1	**1**	**.**	**1**	**.**
1	**1**	.	1	.	1	**1**	**.**	**.**	**1**
.	**.**	1	.	.	.	**.**	**1**	**1**	**.**
1	**.**	1	.	1	.	**.**	**1**	**.**	**1**
1	**.**	.	.	1	.	**.**	**.**	**1**	**1**
.	**.**	.	1	1	.	**1**	**1**	**1**	**.**
1	**.**	.	1	.	.	**1**	**1**	**.**	**1**
1	**.**	1	1	.	.	**1**	**.**	**1**	**1**
1	**1**	.	.	1	1	**.**	**1**	**1**	**1**
1	**1**	1	1	.	1	**1**	**1**	**1**	**1**

Table 3.1. Matrice C_t de tous les cycles du graphe.

4	**9**	1	6	2	7	**8**	**10**	**3**	**5**
.	**.**	1	1	1	.	**1**	**.**	**.**	**.**
.	**1**	.	.	.	1	**.**	**1**	**.**	**.**
.	**1**	1	.	.	1	**.**	**.**	**1**	**.**
.	**.**	1	.	.	.	**.**	**1**	**1**	**.**

Table 3.2. Matrice des cycles comportant au plus deux variables mesurées.

L'analyse de cette dernière matrice conduit à la classification suivante :

$$L_{me} = \{x3, x4, x5, x9, x10\} \qquad L_{m\bar{e}} = \{x8\} \qquad L_{\bar{m}e} = \{x1, x2, x6, x7\} \qquad L_{\bar{m}\bar{e}} = \varnothing$$

4.2. ***Détermination du degré de redondance d'une variable***

La détermination du degré de redondance d'une variable s'effectue en appliquant la règle suivante qui constitue, en fait, une extension de la *règle I* concernant les variables redondantes (degré de redondance égal à 1) :

Règle V : Une variable est redondante de degré *k* si, et seulement si, elle n'intervient que dans des cycles où au moins $k+1$ variables sont mesurées.

Le degré de redondance d'une variable se détermine alors simplement en comptant le nombre minimum de variables mesurées dans les cycles où celle-ci intervient. On en déduit immédiatement, pour l'exemple considéré, que les variables $x1$, $x2$, $x6$ et $x8$ sont d'observabilité minimale ; elles interviennent dans des cycles ne comportant qu'une mesure. Les variables $x3$, $x7$, $x9$ et $x10$ sont redondantes de degré 1 et les variables $x4$ et $x5$, redondantes de degré 2.

4.3. *Placement de capteurs sous contraintes de redondance*

Nous présentons maintenant une méthode permettant de concevoir une architecture d'instrumentation qui respecte certaines contraintes sur le degré de redondance des variables. Afin de nous placer dans un contexte industriel réel, nous spécifions tout d'abord la liste des variables indispensables à la conduite (liste L_0) qui doivent donc être d'observabilité minimale, puis les listes des variables dont on veut assurer un degré de redondance donné (liste L_k pour les variables qui doivent être redondante de degré *k*). De plus, nous affectons à chaque variable, un poids proportionnel au coût d'installation du capteur correspondant. L'objectif de la conception consiste donc à déterminer les variables qu'il faut mesurer afin de respecter les contraintes portant sur leurs degrés de redondance, tout en minimisant le coût global d'installation. Si *n* est le degré de redondance maximum désiré, l'algorithme que nous proposons comporte $n+1$ étapes séquentielles. La $k^{ième}$ étape assure un degré de redondance égal à *k* aux variables de la liste L_k.

Etape n° *k* : Degré de redondance des variables de la liste L_k **(pour k = 0,..., n)**

Selon la *règle V*, il suffit de mesurer $k+1$ variables par cycle contenant une variable de L_k. L'analyse est combinatoire ; après avoir envisagé toutes les possibilités de mesures pour chaque cycle, on engendre toutes les combinaisons possibles de variables à mesurer en prenant en compte les mesures déjà choisies lors des étapes antérieures. On retient celle dont le coût est minimum.

Considérons l'exemple présenté à la figure 3.5. Supposons que le processus est initialement non instrumenté et que la liste des variables indispensables à la conduite est la suivante : $L_0 = \{x1, x4, x6, x9, x10\}$. Afin de ne pas traiter un exemple trop complexe pour faciliter la compréhension, imposons simplement un degré maximum de redondance égal à 1 en fixant $L_1 = \{x1, x9\}$. Les coûts associés à chaque mesure sont donnés à la Table 3.3.

Variable	Coût	Variable	Coût
$x1$	3	$x6$	4
$x2$	3	$x7$	4
$x3$	4	$x8$	7
$x4$	1	$x9$	2
$x5$	9	$x10$	9

Table 3.3. Coûts associés aux mesures.

Nous proposons maintenant deux méthodes permettant de résoudre le problème ainsi posé. La première repose sur une analyse matricielle, la seconde utilise les méthodes de programmation linéaire.

4.3.1. Solution par analyse matricielle

Le nombre de combinaisons possibles de variables à mesurer pour assurer l'observabilité minimale des variables appartenant à L_0 est trop important pour qu'on puisse les énumérer ici. Le lecteur pourra vérifier, en engendrant ces combinaisons, que la solution à coût minimal consiste à mesurer les variables $x1$, $x2$, $x4$ et $x9$. Lors de l'**étape n° 1** on va chercher à assurer aux variables $x1$ et $x9$ un degré de redondance égal à 1; seuls les cycles comportant moins de deux variables mesurées nous intéressent. La sous-matrice de ces cycles, dans lesquels les variables mesurées apparaissent en caractères gras, est donnée Table 3.4.

4	**9**	**1**	6	**2**	7	8	10	3	5
.	**1**	**.**	.	**.**	1	.	1	.	.
.	**.**	**1**	.	**.**	.	.	1	1	.
.	**.**	**.**	1	**1**	.	1	1	1	.
1	**.**	**.**	1	**.**	.	1	1	.	1

Table 3.4. Sous-matrice des cycles utiles.

Seuls les deux premiers cycles font intervenir les variables $x1$ et $x9$ et ces deux variables sont déjà mesurées. Pour le premier cycle, les combinaisons possibles de variables à mesurer sont $\{ x7 \}$ et $\{ x10 \}$ et pour le second $\{ x3 \}$ ou $\{ x10 \}$. Les contraintes portant sur les degrés de redondance seront donc satisfaites si l'on mesure l'un des ensembles de variables suivants : $\{ x7, x10 \}$, $\{ x7, x3 \}$, $\{ x3, x10 \}$ ou $\{ x10 \}$. La solution à moindre coût consiste donc à mesurer les variables $x3$ et $x7$. Il est important de

constater, sur cet exemple, que la minimisation du coût entraîne l'installation de deux capteurs mesurant $x3$ et $x7$ (coût égal à 8) alors que le seul respect des contraintes portant sur les degrés de redondance conduirait à n'en installer qu'un seul mesurant la variable $x10$ (coût égal à 9). Cette remarque met en évidence l'importance capitale du choix du critère à optimiser qui pourrait, par exemple, prendre également en compte le nombre de capteurs à installer. En conclusion, l'ensemble des variables à mesurer pour satisfaire les différentes contraintes imposées en minimisant le coût est donc le suivant : $\{x1,\ x2,\ x3,\ x4,\ x7,\ x9\}$. Le coût correspondant est égal à 17 (3+3+4+1+4+2).

4.3.2. Solution par programmation linéaire mixte

Récemment, quelques auteurs ont introduit l'utilisation de techniques de programmation linéaire mixte, c'est-à-dire dont les variables d'optimisation peuvent être entières et/ou réelles, pour résoudre soit le problème de classification des variables d'un processus selon leur observabilité (Immonen, 1994) soit le problème de placement de capteurs (Bagajewicz, 1995). La présentation qui suit s'inspire de ces travaux. En effet, le problème de placement de capteurs sous contraintes de redondance peut être aisément transformé en un problème de programmation linéaire.

Rappelons que la méthode de placement de capteurs proposée consiste à choisir les variables à mesurer de façon à garantir un nombre donné de mesures, dépendant des degrés de redondance imposés, dans chacun des cycles de la matrice de tous les cycles du graphe du processus, ceci en minimisant le coût total des capteurs. Ce problème peut être formulé de la manière suivante :

$$\text{Problème } P_1 \begin{cases} \min\limits_{u_i} \sum\limits_{i=1}^{v} c_i u_i \\ \text{sous } \partial r(x_j) \geq k \quad \forall x_j \in L_k \end{cases} \tag{3.6}$$

où c_i représente le coût d'installation du capteur mesurant la variable x_i . L'élément u_i est un booléen qui indique si la variable x_i doit être mesurée pour satisfaire les contraintes de redondance ($u_i = 1 \Rightarrow$ la variable x_i doit être mesurée, $u_i = 0 \Rightarrow$ la variable x_i n'a pas à être mesurée). La notation $\partial r(x_i)$ désigne le degré de redondance de la variable x_i.

Le problème P_1 peut aisément être transformé en un problème de programmation linéaire ; il est équivalent à :

$$\text{Problème } P_2 \begin{cases} \min\limits_{U} C^T U \\ \text{sous } AU \geq B \end{cases} \tag{3.7}$$

où $C = [c_i]$ est le vecteur des coûts des capteurs (vecteur de poids) de dimension v. Le vecteur $U = [u_i]$ est un vecteur inconnu de booléens. La matrice A est une matrice de cycles dont la construction est expliquée ci-après et le vecteur B est un vecteur dont les éléments correspondent au nombre minimum de mesures par cycle nécessaire pour satisfaire les contraintes de redondance.

Expliquons maintenant la construction de ces matrices A et B. La matrice A est construite à partir de la matrice C_t de tous les cycles du graphe de laquelle les cycles ne faisant intervenir que des variables n'appartenant à aucune liste L_k ont été retirés. En effet, les variables appartenant à ces cycles ne supportent aucune contrainte, il est inutile de les prendre en compte. Les éléments du vecteur B sont calculés de la manière suivante. Si un cycle fait intervenir une variable appartenant à la liste L_k, la contrainte de redondance ne sera satisfaite que si $k+1$ variables intervenant dans ce cycle sont mesurées. Un cycle pouvant faire intervenir des variables appartenant à différentes listes L_k, l'élément b_i, correspondant au $i^{ième}$ cycle sera égal au nombre maximum de variables qui doivent être mesurées. Si un cycle fait intervenir moins de variables que le nombre minimum de variables devant être mesurées, le problème n'a pas de solution, sauf si l'on accepte d'utiliser la redondance matérielle, c'est-à-dire d'utiliser plusieurs capteurs pour mesurer la même variable.

Le problème peut être simplifié lorsque certaines variables sont déjà mesurées. En fait deux situations peuvent être rencontrées. La première concerne la conception complète d'une architecture d'instrumentation, c'est-à-dire lorqu'aucune variable n'est encore mesurée (le processus n'est pas encore équipé de capteurs). Cependant, même dans cette situation, certaines variables doivent impérativement être mesurées (celles pour lesquelles on souhaite que les défauts soient détectables et/ou isolables). La seconde situation concerne une conception partielle, prenant en compte une liste de variables déjà mesurées. Dans tous les cas, le problème de conception doit être résolu en prenant en compte le fait que certaines variables doivent être mesurées (ou sont déjà mesurées, ce qui est équivalent). Ainsi certains des u_i sont fixés à 1 et il est intéressant d'en tenir compte pendant la résolution. En effet, la dimension du problème (3.7) peut être considérablement réduite si les colonnes de la matrice A correspondant aux variables mesurées sont éliminées et si, simultanément, le vecteur B des nombres minimum de mesures par cycles est mis à jour (chaque composante b_i doit être diminuée du nombre de variables mesurées intervenant

dans le cycle *i*). Après ce traitement, certains cycles de la matrice *A* ne "supportent" plus de contraintes, c'est-à-dire $b_i = 0$; ces cycles et les composantes correspondantes du vecteur *B* peuvent être supprimées. De cette manière, il est ainsi possible de prendre en compte la "non-mesurabilité" de certaines variables. En effet, il suffit d'éliminer de la matrice *A* les colonnes correspondant à ces variables non-mesurables sans autres modifications.

Considérons de nouveau l'exemple de la figure 3.5 avec les contraintes et les coûts définis précédemment. Le lecteur vérifiera, pour cet exemple, que la matrice *A* est égale à la matrice C_t de tous les cycles du graphe car, dans chaque cycle, intervient au moins une variable appartenant à L_0 ou L_1. De plus, à l'exception des $9^{ième}$, $10^{ième}$ et $11^{ième}$ cycles qui ne font pas intervenir les variables x_1 et x_9 (variables que l'on souhaite rendre redondantes de degré 1), c'est-à-dire $b_9 = b_{10} = b_{11} = 1$, les autres éléments de *B* sont tous égaux à 2. Le problème (3.7) peut être résolu à l'aide de logiciel "du marché". Nous avons utilisé un code du domaine public LP_SOLVE[1]. A titre indicatif, le fichier texte d'entrée de ce logiciel correspondant au problème traité est reproduit ci-dessous :

```
min:3u1+3u2+4u3+u4+9u5+4u6+4u7+7u8+2u9+9u10;

u1+u2+u6+u8 >= 2;
u7+u9+u10 >= 2;
u1+u3+u7+u9 >= 2;
u1+u2+u4+u5+u7+u9 >=2;
u1+u2+u6+u7+u8+u9+u10 >= 2;
u2+u3+u6+u7+u8+u9 >= 2;
u4+u5+u6+u7+u8+u9 >= 2;
u1+u3+u10 >= 2;
u1+u2+u4+u5+u10 >= 2;
u2+u3+u4+u5 >= 1;
u2+u3+u6+u8+u10 >= 1;
u4+u5+u6+u8+u10 >= 1;
u1+u3+u4+u5+u6+u8 >= 2;
u2+u3+u4+u5+u7+u9+u10 >= 2;
u1+u3+u4+u5+u6+u7+u8+u9+u10 >= 2;

u1 <= 1; u2 <= 1; u3 <= 1; u4 <= 1;
u5 <= 1; u6 <= 1; u7 <= 1; u8 <= 1;
u9 <= 1; u10 <= 1;

int u1, u2, u3, u4, u5, u6, u7, u8, u9, u10;
```

[1] LP_SOLVE est un logiciel du domaine public écrit en langage C par Michel Berkelaar (michel@es.ele.tue.nl). Il peut être téléchargé à partir du site ftp://ftp.es.ele.tue.nl/pub/lp_solve.

Le lecteur notera le second groupe de contraintes et la déclaration des variables comme entiers (instruction `int`). Les variables manipulées par LP_SOLVE sont nécessairement positives et des entiers inférieurs ou égaux à 1 sont bien des booléens. Les résultats obtenus sont bien sûrs les mêmes que ceux du paragraphe précédent.

5. Détection et localisation de défauts

5.1. *Introduction*

Comme nous l'avons vu lors des chapitres précédents, l'une des approches facilitant la localisation des défaillances consiste à générer un ensemble structuré de résidus. Le vocable structuré signifie ici que chaque résidu est conçu pour être sensible à certaines défaillances et insensible à d'autres. Cependant, bien que cet objectif ait été identifié depuis fort longtemps, le problème de la conception de tels résidus n'est pas encore complètement résolu. Parmi les travaux récents relatifs à ce problème, citons les travaux de Carpentier et Litwak (1996). Dans le cadre des systèmes statiques linéaires, nous proposons une nouvelle méthode de placement de capteurs sur un processus, respectant certaines spécifications de détectabilité et d'isolabilité des défauts. Cette méthode repose essentiellement sur la notion de redondance multiple exposée précédemment. Nous allons montrer que les contraintes de détectabilité et d'isolabilité des défauts de capteurs peuvent être exprimées en termes de contraintes sur le degré de redondance des variables mesurées. Des liens extrêmement forts existent en effet entre les deux notions.

5.2. *La notion de degré de redondance revisitée*

Les systèmes considérés peuvent être décrits par le modèle statique suivant :

$$MX^* = 0 \tag{3.8a}$$
$$X_m = HX^* + \varepsilon \tag{3.8b}$$

où X^* est le vecteur d'état (flux) de dimension v, X_m le vecteur des mesures de dimension m, H de dimension (m, v) est la matrice de sélection des variables mesurées et ε est le vecteur des erreurs de mesure qui sont supposées distribuées selon une loi normale de matrice de variance-covariance connue V.

Les mesures étant supposées directes, le vecteur d'état peut être décomposé en un vecteur de variables mesurées X_m^* de dimension *m* et un vecteur de variables non mesurées $X_{\overline{m}}^*$ de dimension $v-m$. Le système (3.8) s'écrit alors :

$$M_m X_m^* + M_{\overline{m}} X_{\overline{m}}^* = 0 \qquad (3.9a)$$

$$X_m = X_m^* + \varepsilon \qquad (3.9b)$$

Si l'on a $\text{rang}(M_{\overline{m}}) < v-m$, le système est redondant et, en utilisant les méthodes présentée au chapitre 1, on peut aisément obtenir la matrice M_r des équations de redondance du système considéré. Compte tenu de la nature des modèles employés, cette matrice d'équations de redondance peut être décrite par une matrice d'incidence de graphe dont les éléments sont tous égaux à 1, −1 ou 0. (Maquin, 1987).

Ré-examinons maintenant la notion de degré de redondance présentée précédemment. L'analyse de la matrice des équations de redondance permet également de déterminer les degrés de redondance des différentes variables. Appelons "ensemble primaire" (d'équations de redondance) les équations de redondance décrites par la matrice M_r. Il est possible de construire un "ensemble secondaire" d'équations en effectuant toutes les combinaisons linéaires possibles des équations de l'ensemble primaire. Considérons maintenant l'ensemble total de toutes les équations de redondance comme l'union des ensembles primaire et secondaire. Le degré de redondance d'une variable peut alors être défini de la façon suivante.

Une variable appartenant à une équation de redondance quelconque est au moins redondante de degré 1. De plus, s'il existe un sous-ensemble de *k* ($k > 2$) équations de redondance (de l'ensemble total défini précédemment) ne possédant qu'une seule variable commune, le degré de redondance de cette variable est égal à *k*.

5.3. ***Relations entre détectabilité, isolabilité et degré de redondance***

La matrice théorique de signature de défauts, définie au paragraphe 4 du chapitre 1, s'obtient aisément par la valeur absolue – qui ne fera apparaître que l'occurrence des variables dans les équations – de la matrice des équations de redondance. Il est important de remarquer que les propriétés de détectabilité et d'isolabilité (déterministe) des défauts, déduites de l'analyse de la matrice théorique de signature des défauts, ne dépendent pas du choix des équations de l'ensemble primaire. Ainsi, si un défaut est détectable ou isolable en utilisant la signature de défaut construite sur la base de l'ensemble primaire d'équations de redondance, il le sera également à partir de la signature construite sur la base de l'ensemble

total des équations de redondance. Compte tenu de ces remarques, les résultats essentiels peuvent maintenant être énoncés.

La défaillance d'un capteur est détectable si, et seulement si, la variable correspondante est au moins redondante de degré 1. Ce premier résultat est trivial. Pour qu'un défaut de capteur soit détectable, la variable correspondante doit au moins intervenir dans un résidu Les résidus étant issus de l'évaluation des équations de redondance, la variable mesurée considérée doit appartenir à une équation de redondance, donc doit être redondante de degré 1.

Le second résultat est plus intéressant. *La défaillance d'un capteur est isolable si, et seulement si, la variable correspondante est au moins redondante de degré 2.* Considérons deux variables x_i et x_j toutes deux redondantes de degré 2. En utilisant la définition du degré de redondance donnée au paragraphe précédent, cela signifie que x_i intervient dans deux équations de redondance, appelons-les r_a et r_b, de l'ensemble total des équations ; les relations r_a et r_b ne comportant que x_i comme variable mesurée commune. La variable x_j intervient également dans deux équations de redondance de ce type. En conséquence, le vecteur v_i de la matrice de signature des défauts correspondant aux deux équations de redondance r_a et r_b pour la variable x_i s'écrit :

$$v_i = \begin{matrix} \\ r_a \\ r_b \end{matrix} \begin{pmatrix} x_i \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

D'après la définition du degré de redondance d'une variable, si x_j intervient dans l'une des deux équations de redondance r_a ou r_b, elle ne peut pas intervenir dans l'autre. Une autre éventualité est que la variable x_j n'intervient dans aucune des deux équations r_a ou r_b. Le vecteur v_j de la matrice de signature des défauts correspondant aux deux équations de redondance r_a et r_b pour la variable x_j revêt donc l'une des formes suivantes :

$$v_j = \begin{matrix} \\ r_a \\ r_b \end{matrix} \begin{pmatrix} x_j \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad v_j = \begin{matrix} \\ r_a \\ r_b \end{matrix} \begin{pmatrix} x_j \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad v_j = \begin{matrix} \\ r_a \\ r_b \end{matrix} \begin{pmatrix} x_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

Les vecteurs v_i et v_j étant systématiquement distincts, on déduit donc qu'un défaut de capteur est isolable si la variable correspondante est redondante de degré 2. Ce résultat peut être pris en compte lors de la conception d'un système d'instrumentation comme indiqué au paragraphe suivant.

5.4. *Exemple*

Considérons le processus décrit par le réseau suivant :

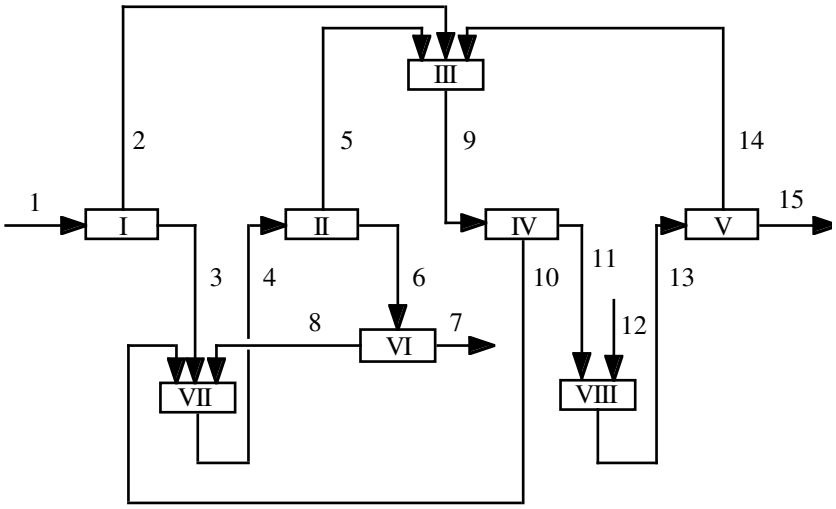

Figure 3.6. Réseau de transport.

La matrice d'incidence correspondante est donnée à la table 3.5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I	1	−1	−1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
II	.	.	.	1	−1	−1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
III	.	1	.	.	1	.	.	.	−1	.	.	.	.	1	.
IV	.	.	.	.	.	.	.	.	1	−1	−1	.	.	.	.
V	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	−1	−1
VI	.	.	.	.	.	1	−1	−1	.	.	.	.	.	.	.
VII	.	.	1	−1	.	.	.	1	.	-1	.	.	.	.	.
VIII	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	−1	.	.

Table 3.5. Matrice d'incidence.

Soit le vecteur des variables mesurées $X_m = (x2 \quad x3 \quad x5 \quad x7 \quad x10 \quad x11 \quad x14 \quad x15)^T$. De simples combinaisons d'équations (lignes) et permutations de variables (lignes) permettent d'écrire la matrice sous sa forme canonique (1.20) :

	2	3	5	7	10	11	14	15	8	1	4	9	13	6	12
a	−1	-1	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.
b	.	.	−1	-1	.	.	.	.	−1	.	1	.	.	.	.
c	−1	.	−1	.	.	.	−1	.	.	.	.	1	.	.	.
d	.	.	.	.	.	.	−1	−1	.	.	.	.	1	.	.
e	.	.	.	−1	.	.	.	.	−1	.	.	.	.	1	.
f	.	.	.	.	.	1	−1	−1	.	.	.	.	.	.	1
g	−1	.	−1	.	1	1	−1	.	.	.	.	.	.	.	.
h	.	1	−1	−1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Table 3.6. Forme canonique de la matrice d'incidence.

Ainsi, la matrice des équations de redondance M_r peut s'écrire :

$M_r =$

2	3	5	7	10	11	14	15
−1	.	−1	.	1	1	−1	.
.	1	−1	−1	1	.	.	.

Table 3.7. Matrice des équations de redondance.

Considérons maintenant le problème suivant. Combien de capteurs doit-on ajouter et où doit-on les placer de façon à être capable de détecter un défaut de capteur sur la variable $x15$ et d'isoler un défaut des capteurs sur les variables $x5$ et $x11$?

Le lecteur remarquera qu'avec le jeu de mesures initial, ces contraintes ne sont pas satisfaites. Aucun défaut de capteur n'est isolable et un défaut de capteur sur $x15$ n'est pas détectable puisque cette variable n'intervient dans aucune équation de redondance ($x15$ est mesurée non-estimable). Ce problème peut être résolu en utilisant les résultats précédents. Il suffit de concevoir une architecture d'instrumentation garantissant à la variable $x15$ un degré de redondance égal à 1 (au moins) et aux variables $x5$ et $x11$, un degré de redondance au moins égal à 2. D'après les notations du paragraphe 4.3. on a $L_1 = \{x15\}$ et $L_2 = \{x5, x11\}$. Certaines variables sont d'ores et déjà mesurées ; en utilisant les traitements décrits au paragraphe 4.3.2., la dimension de la matrice A passe de 127 x 15 à 8 x 7. Le problème d'optimisation peut alors être résolu comme au paragraphe 4.3.2. Le fichier texte d'entrée est le suivant :

```
min:u1+u4+u6+u8+u9+u12+u13;

u6+u8+u9 >= 1;
u4+u9 >= 1;
u1+u4+u6+u8+u9+u12 >= 1;
u1+u9+u12 >= 1;
u4+u6+u8+u9+u13 >= 1;
u9+u13 >= 1;
u12+u13 >= 1;
u4+u6+u8+u12+u13 >= 1;

u1 <= 1; u4 <= 1; u6 <= 1; u8 <= 1;
u9 <= 1; u12 <= 1; u13 <= 1;

int u1, u4, u6, u8, u9, u12, u13;
```

Le logiciel LP_SOLVE donne le résultat suivant : {u1=0, u4=0, u6=0, u8=0, u9=1, u12=1, u13=0} ce qui implique la mesure des deux variables $x9$ et $x12$. L'analyse de redondance du système avec ces deux nouvelles mesures permet de déduire la matrice de signature de défauts suivante (valeur absolue de la matrice des équations de redondance) :

2	3	5	7	9	10	11	12	14	15
1	.	1	.	1	.	.	.	1	.
.	.	.	.	1	1	1	.	.	.
.	1	1	1	.	1	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	1	1	1	1

Table 3.8. Matrice de signature de défauts.

On constate que les colonnes correspondant aux variables $x5$ et $x11$ sont distinctes, les défauts de capteurs mesurant ces variables sont donc isolables. La variable $x15$ intervient dans une équation de redondance, les défauts du capteur correspondant sont donc détectables. Le lecteur notera que la solution proposée n'est pas unique. Par exemple, la mesure du couple de variables ($x9$, $x13$) satisfait également les contraintes imposées.

Considérons maintenant le même problème mais en tenant compte de la non-mesurabilité de la variable $x9$. Le problème d'optimisation résultant est décrit par le fichier d'entrée suivant (qui peut facilement être déduit du fichier précédent) :

```
min:u1+u4+u6+u8+u12+u13;

u6+u8 >= 1;
u4 >= 1;
u1+u4+u6+u8+u12 >= 1;
u1+u12 >= 1;
u4+u6+u8+u13 >= 1;
u13 >= 1;
u12+u13 >= 1;
u4+u6+u8+u12+u13 >= 1;

u1 <= 1; u4 <= 1; u6 <= 1;
u8 <= 1; u12 <= 1; u13 <= 1;

int u1, u4, u6, u8, u12, u13;
```

Le logiciel LP_SOLVE donne le résultat suivant : {u1=0, u4=1, u6=1, u8=0, u12=1, u13=1} ce qui implique la mesure des variables $x4$, $x6$, $x12$ et $x13$. La matrice de signature de défauts qui en résulte est la suivante :

2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15
.	.	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.
1	.	.	1		.	1	1	.	.	1	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1
.	1	1	.	1	1	1	.	.	1	1	1
.	.	.	.		.	.	1	1	1	.	.

Table 3.9. Matrice de signature de défauts.

L'analyse de cette matrice montre que de nombreux défauts de capteurs sont maintenant isolables ($x2$, $x5$, $x10$, $x11$, $x12$, $x13$, $x14$, $x15$). Ce résultat est bien meilleur que celui imposé par les contraintes, cela est dû à l'ensemble des variables initialement mesurées (sur lesquelles on n'intervient pas). Cela est confirmé par l'analyse de redondance du processus avec le jeu de mesures ainsi obtenu qui donne les résultats suivants :

Variable	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Degré de redondance	1	2	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2

Table 3.10. Degrés de redondance des variables.

Considérons enfin le même problème de conception mais en supposant cette fois que le système est initialement non-instrumenté. Le lecteur vérifiera qu'une solution consiste à mesurer les variables $x2$, $x3$, $x5$, $x7$, $x9$, $x10$, $x11$, $x13$ et $x15$. La matrice de signature de défauts correspondante est :

2	3	5	7	9	10	11	13	15
.	.	.	.	1	1	1	.	.
1	.	1	.	1	.	.	1	1
1	1	.	1	1	1	.	1	1

Table 3.11. Matrice de signature de défauts.

6. Evaluation de la fiabilité d'un système

L'objet de ce paragraphe est d'élaborer un indicateur unique, la fiabilité du système, représentant globalement la qualité d'un système de mesure. Nous analysons également l'influence des pannes de capteurs sur cette fiabilité et montrons comment la prise en compte des redondances permet d'améliorer celle-ci.

Par définition, la fiabilité d'un capteur est la probabilité $r(t)$ pour qu'il n'ait pas de défaillance à l'instant t, sachant qu'il n'y en avait pas à l'instant $t = 0$. Cette probabilité peut s'exprimer de façon analytique en utilisant, par exemple, la loi de Poisson :

$$r(t) = \exp(-\lambda t) \tag{3.12}$$

où λ est une constante représentant le taux de panne du capteur. Par extension, on peut définir la fiabilité d'un système constitué de c capteurs de fiabilités respectives $r_i(t)$:

$$R(t) = f\left(r_1(t),\ldots,r_c(t)\right) \tag{3.13}$$

Dans la suite, afin de simplifier la présentation, les capteurs ont tous le même taux de panne $r(t)$. Cependant, la stratégie proposée peut être étendue en considérant des fiabilités différentes pour chaque capteur ou des classes de fiabilité. On définit aussi la fonction "temps moyen avant défaillance" (*Mean Time To Failure*) par l'expression :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \tag{3.14}$$

Afin de mettre en évidence le lien entre fiabilité et observabilité, considérons de nouveau l'exemple de la figure 3.1 avec la liste des variables mesurées suivante : $L_m = \{x1, x2, x4, x5\}$. Si toutes les variables mesurées sont nécessaire à la conduite, $L_0 = \{x1, x2, x4, x5\}$, la probabilité que tous les capteurs fonctionnent (donc qu'ils soient non défaillants) est :

$$R_0(t) = \big(r(t)\big)^4 = \exp(-4\lambda t) \tag{3.15}$$

Le *MTTF* du système de mesure est donc :

$$MTTF_0 = \frac{0.25}{\lambda} \tag{3.16}$$

Examinons maintenant comment la prise en compte des redondances permet d'augmenter ce *MTTF*. L'"aggrégation" des deux premiers noeuds du graphe fournit une équation de redondance : $\boldsymbol{x1 - x2 + x4 - x5 = 0}$. Si l'un des capteurs mesurant une variable de cette équation devient défaillant, l'information qu'il délivre peut être remplacée par une estimation obtenue par simple déduction à partir des mesures restantes[2]. De façon générale, les capteurs dont les défaillances sont admissibles sont ceux mesurant les variables redondantes de degré 1 au moins. La probabilité qu'un capteur soit en panne et que les trois autres fonctionnent correctement est :

$$R_1(t) = \big(1 - r(t)\big)r(t)^3 \tag{3.17}$$

Il y a quatre possibilités de considérer un capteur défaillant, la valeur de la mesure correspondante restant déductible. La probabilité que le système reste "commandable" (au sens de la disponibilité des valeurs des variables de L_0) est donc donnée par :

$$R(t) = R_0(t) + 4R_1(t) \tag{3.18}$$

On en déduit le *MTTF* global suivant :

---

[2] En supposant que la procédure de détection de pannes de capteurs fonctionne parfaitement, i.e. que l'on détecte la défaillance et qu'on la localise correctement.

$$MTTF = \frac{0.58}{\lambda} \tag{3.19}$$

La comparaison des résultats (3.16) et (3.19) montre qu'une augmentation très sensible de la fiabilité du système d'instrumentation est obtenue en prenant en compte la redondance d'informations. Cet exemple simple met en évidence les liens entre les notions de fiabilité, de redondance et d'observabilité. L'analyse de la matrice des cycles montre, pour cet exemple, que si deux capteurs sont simultanément défaillants, l'observabilité des variables de la liste L_0 n'est plus assurée. La valeur du $MTTF$ obtenue en (3.19) est donc la meilleure possible. De manière générale, la fiabilité d'un système de mesure comportant c capteurs s'écrit :

$$R(t) = \sum_{i=0}^{c} a_i \left(1 - r(t)\right)^i \left(r(t)\right)^{c-i} \tag{3.20}$$

où les coefficients a_i représentent le nombre de configurations admettant i défaillances de capteurs tout en conservant l'observabilité des grandeurs nécessaires à la conduite. Une démarche systématique pour le calcul de ces coefficients a été développée par Turbatte *et al.* (1994).

L'augmentation du $MTTF$ passe par la réduction du nombre de "composants non fiables". Ces composants sont ici les cycles qui comportent le moins de mesures. L'amélioration du $MTTF$ est donc obtenue en plaçant des capteurs pour mesurer des variables intervenant dans ces cycles. Cette remarque met en évidence le lien existant entre la fiabilité d'un système de mesure et le degré de redondance des différentes variables. La supériorité de l'utilisation de la notion de degré de redondance au lieu de la redondance "simple" est clairement mise en évidence par l'examen de l'exemple suivant.

Considérons le processus décrit par le graphe de la figure 3.1 avec deux configurations d'instrumentation. La première configuration est telle que $L_m = \{x1, x2, x4, x5\}$ et la seconde telle que $L_m = \{x1, x3, x5, x6\}$. La liste des variables nécessaires à la conduite est $L_0 = \{x1, x3, x6\}$. En appliquant la méthode proposée pour calculer la fiabilité correspondant à ces deux configurations, on constate que l'on obtient une valeur identique égale à $MTTF = 0.58 / \lambda$. Cependant, l'analyse classique de redondance montre que, pour la première configuration, $x1$ est la seule variable redondante, alors que pour la seconde, toutes les variables nécessaires à la conduite sont redondantes. En utilisant l'analyse proposée, basée sur la notion de redondance multiple, on peut établir qu'en fait, pour les deux configurations, toutes les variables sont redondantes de degré 1 bien que certaines

d'entre-elles ne sont pas mesurées. Cette dernière remarque montre que la caractérisation des variables par leurs degrés de redondance est une notion plus fine que celle, plus classique, issue de l'analyse d'observabilité "ordinaire".

8. Références bibliographiques

Ali, Y. et Narasimhan, S. (1993). Sensor network design for maximizing reliability of linear processes. *AIChE Journal*, 39 (5) 820-828.

Bagajewicz, M.J. (1995). Optimal sensor location in process plants. Proc. of the Fith European Symposium on Computer Aided Process Engineering, Escape'95, Bled, Slovenia, June 11-14.

Carpentier, T. et Litwak, R. (1996). Algorithms and criteria for sensors location in view of supervision. Proc. of the Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96, Lille, France, 1996.

Berge, C. (1983). *Graphes*, Gauthiers-Villars, Paris.

Crowe, C.M., Garcia Campos, Y.A. et Hrymak A. (1983). Reconciliation of process flow rates by matrix projection−part I. The linear case. *AIChE Journal*, vol. 29 (6), pp. 881-888.

Crowe, C.M. (1989). Observability and redundancy of process data for steady-state reconciliation. *Chemical Engineering Science*, vol. 4, n° 12, p. 2909-2917.

Deo, N. (1967). *Graph theory with application to engineering and computer sciences*. Mc Graw Hill, N.Y.

Immonen, P.J. (1994). Classification and placement of measurements through LP/MIP algorithms. Proc. of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'94, Espoo, Finland, June 13-15.

Luong, M., Maquin, D., Huynh, C.T. et Ragot, J. (1994). Observability, redundancy, reliability and integrated design of measurement system. Proc of 2nd IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications, SICICA'94, Budapest, Hungary, June 8-10.

Madron, F. et Veverka, V. (1992). Optimal selection of measuring points in complex plant by linear models. *AIChE Journal*, 38 (2) 227-236.

Mah, R.S.H., Stanley, G.M. et Downing, D.M. (1976). Reconciliation and rectification of process flow and inventory data. *Industrial Engineering Chemistry Process Design Development,* vol. 15, n° 1, pp. 175-183.

Maquin, D., Fayolle, J., Darouach, M. et Ragot, J. (1987). Localization of sensors in large scale industrial systems. *Applied Modelling and Simulation of Technological Systems*, pp. 33-39, Elsevier.

Maquin, D. (1987). Observabilité, diagnostic et validation de données de procédés industriels. Thèse de Doctorat de l'Université de Nancy I, 13 novembre.

Maquin, D., Luong, M. et Ragot, J. (1994). Observability analysis and sensor placement. Proc. of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'94, Espoo, Finland, June 13-15.

Ragot, J., Darouach, M., Maquin, D. et Bloch, G. *Validation de données et diagnostic*. Traité des Nouvelles Technologies, série diagnostic et maintenance, Hermès.

Stanley, G.M. et Mah, R.S.H. (1981). Observability and redundancy classification in process networks. *Chemical Engineering Science*, vol. 36, p. 1941-1954.

Turbatte, H.C., Maquin, D., Huynh, C.T. et Ragot, J. (1994). Conception de l'architecture d'un système d'instrumentation. Application à un procédé pétrochimique. *Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement*, vol. 4, n° 1, p. 53-72.

Vaclavek, V. (1969). Studies on system engineering III. Optimal choice of the balance measurements in complicated chemical systems. *Chemical Engineering Science*, vol. 24, p. 947-955.

Conclusion générale

Comme je l'ai déjà indiqué dans l'avant propos, ce document ne constitue pas une synthèse des méthodes de diagnostic et de supervision à base de modèle. Ce thème de recherche, dont les premiers travaux importants remontent à environ vingt-cinq ans, a en effet fait l'objet de développements très nombreux qu'il n'est pas possible de décrire dans un document de cette taille. De plus, il continue, en 1997, a être en pleine effervescence. Il suffit, pour s'en convaincre, de consulter les actes du dernier congrès IFAC dédié à ce sujet "IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS'97", qui s'est tenu du 26 au 28 août dernier à Hull en Grande-Bretagne. L'analyse de ces actes permet par ailleurs de dégager les principales directions de recherche qu'il convient d'explorer afin de rendre réellement applicables les méthodes développées jusqu'à présent.

Parmi les principaux thèmes liés au diagnostic à base de modèles, on note que l'obtention d'une certaine robustesse par rapport aux erreurs de modélisation, d'une part, et par rapport à des entrées inconnues, d'autre part, fait toujours l'objet de nombreuses études aussi bien dans le cadre de modèles stochastiques (Keller et Darouach, 1997 ; Wen *et al.*, 1997 ; Patton et Hou, 1997) que dans celui de modèles déterministes où les techniques H_∞, développées initialement pour la commande robuste, sont utilisées (Chen *et al.*, 1997 ; Sadrnia *et al.*, 1997 ; Sauter *et al.*, 1997 ; Tadjine *et al.*, 1997). Les travaux précédemment cités sont essentiellement orientés vers la conception de générateurs de résidus robustes, mais la robustesse est également liée à l'évaluation de ces résidus (Ding et Guo, 1997). On remarquera cependant l'"avertissement" du Professeur Janos Gertler quant à l'usage immodéré du vocable "robuste". Dans son article (Gertler, 1997) intitulé "*A cautious look at robustness in residual generation*" (un regard circonspect sur la robustesse dans la génération de résidus), il montre, au travers d'exemples, que les méthodes développées jusqu'à présent, quoique qualifiées robustes, conduisent souvent à des performances médiocres. En conclusion, il liste quatre limitations importantes des méthodes actuelles qui constituent autant de voies de recherche futures : i) dans bien des cas, on traite du

découplage de perturbations additives au lieu de s'intéresser au problème plus difficile de robustesse par rapport aux erreurs de modélisation, ii) le découplage parfait, qui serait la solution idéale, est sérieusement limité par le nombre de degrés de liberté, égal au nombre de sorties indépendantes du système surveillé, dont on dispose dans la conception du générateur de résidus, iii) le découplage approché donne des résultats satisfaisants si l'approximation est "limitée", c'est-à-dire réduit faiblement le nombre apparent de perturbations mais les résultats se dégradent rapidement lorsque l'étendue de l'approximation augmente, iv) les mesures de performance des méthodes H_∞ portent essentiellement sur un comportement "à long terme" des résidus plutôt que leur performance en ligne et, dans la plupart des cas, conduisent à la conception de résidus dont la sensibilité aux défauts est médiocre.

La démonstration d'équivalences entre différentes méthodes de génération de résidus qui a fait l'objet de nombreux travaux antérieurs (en particulier l'équivalence entre l'approche directe de l'espace de parité et l'approche indirecte basée sur une reconstruction d'état par observateurs), est encore au centre de certains travaux (Nuninger *et al.*, 1997 ; Gertler et DiPierro, 1997). Ces démonstrations, loin d'être accessoires, permettent une compréhension plus fine des méthodes, de leurs performances et de leurs limitations, permettant ainsi de sélectionner les méthodes appropriées à une situation donnée (Jiang et Zhao, 1997). L'analyse de leurs performances peut même inciter à une utilisation conjointe de différentes méthodes permettant ainsi de tirer avantage de leurs performances et de s'affranchir de leurs inconvénients, comme par exemple la méthodologie proposée par Alcorta Garcia et Frank (1997) qui couplent la génération de résidus à l'aide d'observateurs et la localisation des défauts utilisant une estimation paramétrique.

La surveillance et la détection de défauts des systèmes non-linéaires constitue également une direction de recherche privilégiée. La génération de résidus peut, comme dans le cas linéaire, s'appuyer soit sur des techniques de reconstruction d'état, soit sur la recherche de relations entrées-sorties. Ces dernières années ont vu naître de très nombreuses méthodes de conception d'observateurs non-linéaires pour diverses classes de non-linéarités (Shields, 1997 ; Hou et Pugh, 1997 ; Schreier *et al.*, 1997 ; Boutayeb *et al.*, 1997, Ploix *et al.*, 1997). On notera en particulier, les méthodes basées sur une transformation des variables d'état qui permettent de ré-écrire l'équation dynamique non-linéaire sous une forme mettant en évidence une partie linéaire observable et un terme non-linéaire ; cette forme permettant une conception beaucoup plus aisée des observateurs (Glumineau *et al.*, 1996). L'article récent de Philippe Mouyon (1997) fait un point intéressant sur ce type de méthodes. L'approche espace de parité peut également être étendue au cas des systèmes non-linéaires (Shumsky, 1997). L'élimination des variables inconnues peut s'effectuer en s'appuyant sur

les résultats de la théorie de l'élimination, bases de Gröbner (Forsmann, 1992), algorithme de Ritt (Ritt, 1950). Des travaux récents ont été publiés en ce sens (Guernez *et al*., 1997 ; Zhang *et al*., 1997).

En ce qui concerne l'aide au placement de capteurs, les premiers résultats acquis et le très faible nombre d'études qui ont été conduites jusqu'à présent pour apporter des éléments de réponse à ce problème nous incitent à poursuivre nos travaux. Dores et déjà, un certain nombre d'études sont en cours concernant, par exemple, le placement de capteurs couplé à l'analyse de sensibilité des résidus.

Références bibliographiques

Note : Toutes les références incomplètes sont extraites des “Proceedings of the IFAC/IMACS Symposium SAFEPROCESS '97, August 26-28, Hull, United-Kingdom”.

Alcorta Garcia, E. et Frank, P.M. (1997). Mixed approach to fault diagnosis in linear systems.

Boutayeb, M., Aubry, D., Frank, P.M. et Keller, J.Y. (1997). A separate bias observer for nonlinear discrete-time system.

Chen, Z., Patton, R.J. et Chen, J. (1997). Robust fault-tolerant system synthesis via LMI.

Forsmann, K. (1992). The hitch hicker’s guide to Gröbner bases: commutative algebra for amateurs. Internal report, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden.

Guernez, C., Cassar, J.P. et Staroswiecki, M. (1997). Extension of parity space to nonlinear polynomial dynamic systems.

Gertler, J. (1997). A cautious look at robustness in residual generation.

Gertler, J. et DiPierro, G. (1997). On the relationship between parity relations and parameter estimation.

Glumineau, A., Moog, C.H. et Plestan, F. (1996). New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, n° 6, p. 875-880.

Hou, M. et Pugh, A.C. (1997). Observing state in bilinear systems: a UIO approach.

Jiang, J. et Zhao, Q. (1997). Should we use parameter estimation or state estimation based FDI algorithms ?

Keller, J.Y. et Darouach, M. (1997). A new estimator for dynamic stochastic systems with unknown inputs: application to robust fault diagnosis.

Mouyon, P. (1997). Tools for nonlinear observer design. IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED’97, September 1-3, Carry-le Rouet, France.

Nuninger, W. Ragot, J et Kratz, F. (1997). Structure equivalence between direct residuals based on parity space and indirect based on unknown input observers.

Patton, R.J. et Hou, M. (1997). Unknown-input decoupled optimal filtering.

Ploix, S., Maquin, D. et Ragot, J. (1997). Asymptotic observer for a nonlinear descriptor system.

Ritt, J. (1950). *Differential algebra*. American Mathematical Society, Providence, RI, USA.

Sadrnia, M.A., Chen, J. et Patton, R.J. (1997). Robust H_∞/μ observer-based residual generation for fault diagnosis.

Sauter, D., Rambeaux, F. et Hamelin, F. (1997). Robust fault diagnosis in an H_∞ setting.

Schreier, G., Ragot, J., Patton, R.J. et Frank, P.M. (1997). Observer design for a class of nonlinear systems.

Shields, D.N. (1997). Fault detection observers for a class of continuous bilinear descriptor systems.

Shumsky, A. YE. (1997). Robust residual generation for diagnosis of nonlinear systems: parity relation approach.

Tadjine, M., Benkhedda, H. et Patton, R.J. (1997). Frequency domain trade-off in robust fault detection: towards an integrated approach.

Wen, X., Liu, Z.J. et Zhang, H.Y. (1997). An approach to fault detection with model parameter uncertainties.

Zhang, Q., Basseville, M. et Benveniste, A. (1997). Fault detection and isolation in nonlinear dynamic systems: a combined input-output and local approach. Rapport de recherche INRIA n° 3120, février.