

Validation de données par approche bornante

Moustapha ALHAJ DIBO, Didier MAQUIN, José RAGOT

Centre de Recherche en Automatique de Nancy-CNRS UMR n°7039
Institut National Polytechnique de Lorraine
2, avenue de la Forêt de Haye-54516 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex
{malhajdi, dmaquin, jragot}@ensem.inpl-nancy.fr

Abstract

The methods of data validation which were developed these last years mainly rely on the redundancy resulting from a model. The case of perfectly known models has now received many solutions. In this paper, a new method of data reconciliation for linear dynamical systems which is able to take into account the knowledge about the uncertainties of the used model is proposed. The uncertainties are represented by bounded variables. The elementary operations relating to the intervals make it possible to propose an estimation of the state of the system without a priori knowledge on the pdf of the uncertainties. This estimation is provided in an interval form.

Résumé

Les méthodes de validation de données qui ont été développées ces dernières années font largement appel à la redondance issue de modèles. Le cas des modèles dits exacts (statiques et/ou dynamiques) est maintenant bien analysé et a reçu de nombreuses solutions. Il y a par contre relativement peu de travaux concernant la validation en présence d'incertitudes de paramètres de modèle. On propose dans cette communication une nouvelle méthode de réconciliation de données par estimation d'état qui s'applique aux systèmes dynamiques linéaires et capable de prendre en compte les incertitudes paramétriques du modèle utilisé. Dans la suite, ces incertitudes sont représentées par des variables bornées encore appelées intervalles. Des opérations élémentaires portant sur les intervalles permettent de proposer une estimation de l'état du système prenant en compte ces incertitudes et sans connaissance a priori sur leurs lois de distribution statistique. Le résultat de l'estimation est également fourni sous une forme intervalle.

Mots clés

Validation de données, modèles incertains, approche bornante, analyse par intervalles, détection et localisation de défauts, estimation d'état.

1. Introduction

Le diagnostic d'un système physique a pour objectif de préciser l'état de fonctionnement dans lequel se trouve celui-ci. Plus précisément, cet état est décrit et caractérisé de façon à pouvoir distinguer un état normal d'un état anormal. On distingue habituellement quatre étapes dans une procédure de diagnostic. La première consiste à générer des résidus, c'est-à-dire des signaux sensibles à des modifications de comportement ou événements. Les deux étapes

suivantes concernant les procédures de détection et de localisation visant à reconnaître, parmi les événements détectés, des défauts ainsi que les composants du système qu'ils affectent. Enfin, la dernière étape dite réconciliation, consiste à rendre l'ensemble des données cohérentes avec le modèle du système. Dans le cadre de cet article, on se focalise sur ces étapes en s'appuyant sur l'approche bornante (Ploix, 1998) et l'arithmétique des intervalles (Moore, 1979).

Le problème d'estimation d'état à partir des mesures fournies par des capteurs et le problème de détection et localisation des mesures aberrantes ont été largement étudiés dans les deux dernières décennies, (Narasimhan et al., 1989) et (Ragot et al., 1990). La plupart des méthodes développées utilisent des techniques basées sur des considérations statistiques, où le bruit (ou les erreurs) affectant les mesures est souvent caractérisé par une loi de distribution dont les paramètres sont connus a priori. La recherche du maximum de la fonction de vraisemblance construite à partir de cette fonction de distribution permet de fournir une estimation de l'état, et par conséquent de réconcilier les mesures aberrantes. Un aperçu des méthodes employées pour la réconciliation de données peut être trouvé dans (Crowe, 1996).

Cependant, les résultats issus de ces estimations dépendent directement des lois statistiques utilisées et sont valides sous les conditions restrictives suivantes :

- la nature du bruit de mesure doit être connue.
- le modèle du processus doit être parfaitement connu.

Dans certaines situations, ces connaissances peuvent être très difficiles à satisfaire et, dans un certain nombre d'applications pratiques, les deux conditions précédentes ne sont pas entièrement respectées (Ploix, 1998), (Adrot, 2000). Il devient alors dangereux, et mathématiquement difficilement justifiable, de réconcilier des données issues d'un système décrit par un modèle incertain sans tenir compte de ce fait.

La prise en compte de modèles incertains a déjà fait l'objet d'un certain nombre de travaux aussi bien pour les problèmes d'estimation que, par exemple, ceux concernant l'élaboration d'un observateur d'état (Patton et Frank, 1989) pour ne citer que ces deux domaines. Souvent, ces incertitudes sont modélisées en utilisant des variables stochastiques (Walter et Piet-Lahanier, 1987). Une autre approche, appelée approche bornante, représente ces incertitudes par un ensemble de valeurs possibles dont on ne connaît que les bornes (Milanese et al., 1996), (Jaulin et al., 2001). La

méthode d'estimation d'état que nous proposons, s'inscrit dans le cadre de cette dernière approche.

2. Modèle du système

Les incertitudes qui affectent un système peuvent être structurelles ou paramétriques. Dans le premier cas, une façon de les prendre en compte consiste à utiliser une représentation multi-modèles obtenue par interpolation de plusieurs modèles locaux associés à des zones de comportements différents. Pour prendre en compte les incertitudes paramétriques on peut utiliser des modèles constitués de relations comportementales imprécises, ces dernières pouvant être non-déterministes. Notons que les incertitudes peuvent affecter le système lui-même et/ou le système de mesure. Dans cet article, on s'intéresse uniquement aux systèmes de la deuxième catégorie avec des incertitudes sur le système de mesure, ces systèmes pouvant être décrits par le modèle suivant :

$$x(k+1)=Ax(k)+Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k)=C(\eta(k))x(k)+Df(k) \quad (2)$$

$$C(\eta(k))=C_0+T(\lambda)\eta(k) \quad |\eta(k)|\leq 1 \quad \forall k \quad (3)$$

$$x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times 1}, C_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$D \in \mathbb{R}^{n \times n}, f(k) \in \mathbb{R}^n$$

où x , y et f désignent respectivement les variables d'état, les observations et les défauts à chaque instant k . Avec la définition (2), les défauts affectent exclusivement le système de mesure, le gain de ce dernier étant incertain, l'incertitude étant représentée par la variable bornée $\eta(k)$ (on notera que C_0 peut être considéré comme le gain moyen du système de mesure). On suppose que la matrice C_0 est de plein rang colonne ($\text{rang}(C_0)=n$) et que le rang de la matrice $C(\eta(k))$ est invariant sur le domaine de variation de $\eta(k)$, le rang de $C(\eta(k))$ est donc le même rang que celui de C_0 . On suppose que toutes les variables sont mesurées et que chaque capteur ne mesure qu'une seule variable, ce qui permet d'écrire la matrice $T(\lambda)$ (dépendant des imprécisions λ_i des différents capteurs ($i=1 \dots n$)), la matrice des incertitudes $\eta(k)$ constituée de variables bornées et normalisées et la matrice des défauts D comme suit :

$$T(\lambda)=\text{diag}(\lambda_i), D=\text{diag}(d_i),$$

$$\eta(k)=\text{diag}(\eta_i(k)) \text{ avec } |\eta_i(k)|\leq 1 \quad i=1 \dots n$$

où l'opérateur diag construit une matrice diagonale, à partir d'un vecteur.

3. Détection des défauts

Pour détecter une anomalie dans un ensemble de données, un indicateur de présence de défauts doit permettre de prendre une décision sur la cohérence de ces données. Pour cela, à chaque instant, on observe la cohérence entre les informations issues des capteurs et celles issues des variables calculées à partir du modèle, cette comparaison se traduisant alors par la génération de variables d'écart appelées résidus. A un instant donné, chaque résidu est caractérisé par un domaine de valeurs acceptables représenté par un intervalle.

L'évaluation, au cours du temps, des intervalles associés à tous les résidus conduit à une enveloppe définissant un domaine de bon fonctionnement du système étudié. L'état de bon fonctionnement se traduit par le fait que tous les résidus intervalle doivent contenir la valeur zéro ; si un ou plusieurs résidus ne contiennent pas cette valeur, cela révèle une incohérence entre les données issues des capteurs et le modèle du système. Ce type de méthode d'évaluation des résidus, qualifié d'approche bornante (Ploix, 1998) s'appuie sur l'arithmétique des intervalles. Il est également possible de raisonner à partir de situations de mauvais fonctionnement préalablement répertoriées. Dans ce cas, l'état de mauvais fonctionnement est également décrit par un modèle ; ce dernier permet de générer des résidus intervalle dont l'analyse permet de dire dans quelle situation on se trouve.

Explicitons maintenant la mise en œuvre de la génération et de l'analyse des résidus.

A partir de (2) et (3), on exprime $x(k)$ comme suit :

$$x(k)=(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}(y(k)-Df(k)) \quad |\eta(k)|\leq 1 \quad (4)$$

En remplaçant (4) dans (1), on obtient :

$$(C_0+T(\lambda)\eta(k+1))^{-1}y(k+1)-A(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}y(k)-Bu(k)=(C_0+T(\lambda)\eta(k+1))^{-1} \times Df(k+1)-(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}Df(k) \quad (5)$$

On distingue deux termes dans cette équation. Le premier représente la forme de calcul des résidus :

$$r(k+1)=(C_0+T(\lambda)\eta(k+1))^{-1}y(k+1)-A(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}y(k)-Bu(k) \quad (6)$$

Le deuxième terme désigne la forme d'explication des résidus en fonction des défauts :

$$r(k+1)=(C_0+T(\lambda)\eta(k+1))^{-1}Df(k+1)-(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}Df(k) \quad (7)$$

Les bornes supérieures et inférieures des termes intervenant dans (6) peuvent être calculées en fonction du signe de $y(k)$ et sachant que $|\eta(k)|\leq 1$.

En effet, si $y(k)<0$, le domaine de variation du terme $(C_0+T(\lambda)\eta(k))^{-1}y(k)$ est défini par l'intervalle $[(C_0-T(\lambda))^{-1}y(k), (C_0+T(\lambda))^{-1}y(k)]$.

Par contre, si $y(k)>0$, ce domaine devient : $[(C_0+T(\lambda))^{-1}y(k), (C_0-T(\lambda))^{-1}y(k)]$. En regroupant les deux domaines, on obtient :

$$\left[(C_0^2-T^2(\lambda))^{-1}(C_0y(k)-T(\lambda)|y(k)|), (C_0^2-T^2(\lambda))^{-1}(C_0y(k)+T(\lambda)|y(k)|) \right]$$

En utilisant les règles de l'arithmétique des intervalles [Moore, 1979] et les domaines de variation des termes inclus dans (6), on peut expliciter la forme analytique

des bornes minimales $\underline{r}(k+1)$ et maximales $\bar{r}(k+1)$ des résidus :

$$\underline{r}(k+1) = (C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} (C_0(y(k+1) - T(\lambda)|y(k+1))) - A(C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} C_0 y(k) - |A|(C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} T(\lambda)|y(k)| - Bu(k) \quad (8)$$

$$\bar{r}(k+1) = (C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} (C_0(y(k+1) - T(\lambda)|y(k+1))) - A(C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} C_0 y(k) + |A|(C_0^2 - T^2(\lambda))^{-1} T(\lambda)|y(k)| - Bu(k) \quad (9)$$

Remarque sur la structuration des résidus : les résidus définis par les équations (8) et (9) font, en général, intervenir toutes les mesures. Afin d'améliorer l'isolation des défauts (où valeurs aberrantes), il peut être intéressant de générer des résidus dépendant de variables particulières et sensibles à des défauts privilégiés.

4. Localisation et correction

Comme mentionné ci-dessus, lorsqu'un défaut apparaît, un ou plusieurs résidus intervalle ne contiennent plus la valeur 0. On détecte ainsi une incohérence entre les mesures et le modèle du système. On peut alors suspecter toutes les mesures intervenant dans l'expression de ces résidus et au contraire déclarer valides les mesures qui interviennent dans les autres résidus.

On a développé une méthode de localisation de mesures aberrantes et d'estimation d'état pour des modèles statiques incertains (Alhaj Dibo, 2002) ; on se propose d'étendre cette méthode au cas des systèmes dynamiques.

On localise les mesures aberrantes à partir d'une table d'occurrence qui visualise les mesures associées à chaque résidu. Dans la table 1, la première colonne représente les résidus r_i ($i=1\dots m$), la dernière rappelle le caractère normal ou anormal des résidus (selon que la valeur 0 appartient ou non au résidu intervalle). La première ligne de la table fait référence aux mesures aux instants k et $k+1$ et les autres lignes visualisent la présence ou non des mesures associées à chaque résidu.

Mesures Résidus	$y_1(k)$	$y_1(k+1)$...	$y_n(k)$	$y_n(k+1)$	Nor mal
$r_1(k+1)$						
\vdots						
$r_m(k+1)$						

Table 1 : Localisation des mesures aberrantes

On note m le nombre des résidus ; $m=n+q$ où q est le nombre des résidus issus des combinaisons adéquates des équations (1).

Si le résidu r_i ($i=1\dots m$) est normal (contient la valeur 0), on associe la valeur 1 à toutes les mesures qui interviennent dans son calcul. On associe la valeur 0 aux mesures intervenant dans un résidu anormal (ne contient pas la valeur 0). On dit qu'une mesure y_i est aberrante si la colonne correspondante de la table ne contient que des 0 ; une mesure y_i est valide si la colonne correspondante contient au moins une fois la

valeur 1. La localisation d'une mesure aberrante à partir de cette table nécessite que l'amplitude d'un défaut affectant cette mesure soit suffisante et que tous les résidus qui contiennent cette mesure à l'instant k ou $k+1$ soient sensibles à ce défaut. Pour éviter le problème d'insensibilité, on peut générer des résidus structurés $r_i^s(k+1)$ $i=1\dots n$ (par conception, un résidu $r_i^s(k+1)$ ne peut être anormal que par l'influence de la mesure $y_i(k+1)$).

Définissons d'abord l'estimation \hat{x}_{mes} à partir du modèle du système de mesures. En considérant, dans l'équation (2), que $f(k) = 0$ on peut calculer l'estimation :

$$\hat{x}_{mes}(k) = (C_0 + T(\lambda)\eta(k))^{-1} y(k) \quad (10)$$

Comme $|\eta(k)| \leq 1$, on peut trouver les bornes minimales $\underline{\hat{x}}_{mes}(k)$ et maximales $\bar{\hat{x}}_{mes}(k)$ de $\hat{x}_{mes}(k)$ et donc définir l'estimation sous forme intervalle. Pour alléger les notations, cet intervalle est également noté $\hat{x}_{mes}(k) = [\underline{\hat{x}}_{mes}(k), \bar{\hat{x}}_{mes}(k)]$.

$$\text{Si } y(k) < 0 \quad \underline{\hat{x}}_{mes}(k) = (C_0 - T)^{-1} y(k) \quad (11)$$

$$\text{Sinon } \underline{\hat{x}}_{mes}(k) = (C_0 + T)^{-1} y(k) \quad (12)$$

On notera que $(C_0 + T)$ et $(C_0 - T)$ sont des matrices inversibles car diagonales. On peut regrouper les relations (11) et (12) dans une seule relation :

$$\underline{\hat{x}}_{mes}(k) = (C_0^2 - T^2)^{-1} (C_0 y(k) - T|y(k)|) \quad (13)$$

De même pour les bornes supérieures on trouve :

$$\bar{\hat{x}}_{mes}(k) = (C_0^2 - T^2)^{-1} (C_0 y(k) + T|y(k)|) \quad (14)$$

Une seconde estimation $\hat{x}_{mod}(k)$ peut également être obtenue à partir du modèle (1) du système :

$$\hat{x}_{mod}(k) = A\hat{x}_{mes}(k-1) + Bu(k-1)$$

En utilisant les règles de calcul de l'arithmétique des intervalles, on peut calculer les bornes minimales $\underline{\hat{x}}_{mod}(k)$ et maximales $\bar{\hat{x}}_{mod}(k)$ de $\hat{x}_{mod}(k)$:

$$\underline{\hat{x}}_{mod}(k) = A(C_0^2 - T^2)^{-1} C_0 y(k-1) - |A|(C_0^2 - T^2)^{-1} T|y(k-1)| + Bu(k-1) \quad (15)$$

$$\bar{\hat{x}}_{mod}(k) = A(C_0^2 - T^2)^{-1} C_0 y(k-1) + |A|(C_0^2 - T^2)^{-1} T|y(k-1)| + Bu(k-1) \quad (16)$$

Enfin, on définit l'estimation d'état $\hat{x}_{int}(k)$ en combinant l'estimation obtenue à partir des mesures $\hat{x}_{mes}(k)$ qui peut ne pas contenir l'état réel et celle $\hat{x}_{mod}(k)$ qui contient toujours l'état réel comme suit :

- Si $\hat{x}_{mod}(k) \cap \hat{x}_{mes}(k) \neq \emptyset$, il y a alors cohérence entre les estimations $\hat{x}_{mod}(k)$ et $\hat{x}_{mes}(k)$. Dans ce cas les valeurs des variables d'état appartiennent à la fois à $\hat{x}_{mod}(k)$ et $\hat{x}_{mes}(k)$. Afin de réduire la taille de l'intervalle contenant les différentes valeurs possibles des variables d'état, on prend

$$\hat{x}_{int}(k) = \hat{x}_{mod}(k) \cap \hat{x}_{mes}(k) \quad (17)$$

- Si $\hat{x}_{mod}(k) \cap \hat{x}_{mes}(k) = \emptyset$, il y a donc une incohérence entre les estimations $\hat{x}_{mod}(k)$ et $\hat{x}_{mes}(k)$. Dans ce cas les valeurs des variables d'état n'appartiennent qu'à $\hat{x}_{mod}(k)$ car $\hat{x}_{mes}(k)$ est influencée par un défaut ; on prend

$$\hat{x}_{int}(k) = \hat{x}_{mod}(k) \quad (18)$$

Comme $\hat{x}_{mod}(k)$ et $\hat{x}_{mes}(k)$ sont représentées sous forme intervalle, on note aussi $\hat{x}_{int}(k)$ sous forme intervalle :

$$\hat{x}_{int}(k) = [\underline{\hat{x}}_{int}(k), \bar{\hat{x}}_{int}(k)] \quad (19)$$

On peut maintenant calculer les résidus structurés $r^s(k+1)$ de la façon suivante :

$$r^s(k+1) = \hat{x}_{mes}(k+1) - A\hat{x}_{int}(k) - Bu(k)$$

$$r^s(k+1) = [r_1^s(k+1) \dots r_n^s(k+1)]^T$$

En utilisant les règles de calcul de l'arithmétique des intervalles [Moore, 1979] et les relations (13), (14) et (19), on trouve les bornes minimales et maximales des résidus structurés :

$$\underline{r}^s(k+1) = (C_0^2 - T^2)^{-1} (C_0(y(k+1) - T|y(k+1)) - \frac{A}{2}(\underline{\hat{x}}_{int}(k) + \bar{\hat{x}}_{int}(k)) - \frac{|A|}{2}(\bar{\hat{x}}_{int}(k) - \underline{\hat{x}}_{int}(k)) - Bu(k)) \quad (20)$$

$$\bar{r}^s(k+1) = (C_0^2 - T^2)^{-1} (C_0(y(k+1) + T|y(k+1)) - \frac{A}{2}(\underline{\hat{x}}_{int}(k) + \bar{\hat{x}}_{int}(k)) - \frac{|A|}{2}(\underline{\hat{x}}_{int}(k) - \bar{\hat{x}}_{int}(k)) - Bu(k)) \quad (21)$$

Si le résidu intervalle $r_i^s(k+1)$ ($i=1 \dots n$) ne contient pas la valeur zéro, alors $y_i(k+1)$ est aberrante. Ainsi on localise et corrige simultanément les mesures aberrantes.

La réconciliation de données par estimation d'état permet donc de corriger les mesures de façon à ce qu'elles vérifient les équations de contrainte du modèle représentant le système physique.

5. Exemple

On considère le système décrit par les équations suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0.45 & -0.2 & -0.2 \\ 0.1 & 0.75 & -0.1 \\ -0.3 & -0.3 & 0.55 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = aI_3, a = 0.01, D = I_3, f(k) = [f_1(k) \ f_2(k) \ f_3(k)]^T$$

avec :

$$\eta(k) = \text{diag}[\eta_1(k) \ \eta_2(k) \ \eta_3(k)], |\eta_i(k)| \leq 1 \ i=1 \dots 3$$

Entre les instants 1 à 100, la commande $u(k)$ est représentée sur la figure 1.

Dans les intervalles temporels [15, 20], [30, 40] et [50, 60], interviennent les défauts respectifs $f_1(k)=1.6$ sur y_1 , $f_2(k)=1.6$ sur y_2 et $f_3(k)=1.6$ sur y_3 . On détecte

et localise les mesures aberrantes en analysant la table de signature des défauts, puis en utilisant les résidus structurés. La procédure de détection et de localisation est ensuite répétée, mais avec $f_1(k)=f_2(k)=f_3(k)=0.2$ pour montrer l'efficacité des résidus structurés dans le cas de défauts d'amplitudes faibles.

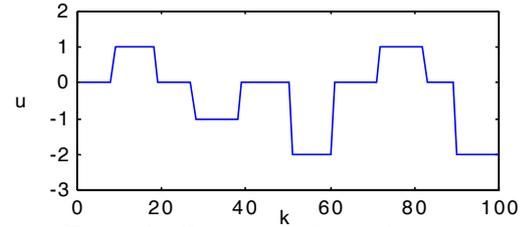


Figure 1 : Commande du système

Détection de défauts

A partir du modèle du système et en utilisant les équations (2, 3 et 7), on peut générer les résidus suivants :

$$r_1(k+1) = (1 + a\eta_1(k+1))y_1(k+1) - 0.45(1 + a\eta_1(k))y_1(k) + 0.2(1 + a\eta_2(k))y_2(k) + 0.2(1 + a\eta_3(k))y_3(k) + u(k)$$

$$r_2(k+1) = (1 + a\eta_2(k+1))y_2(k+1) - 0.1(1 + a\eta_1(k))y_1(k) - 0.75(1 + a\eta_2(k))y_2(k) + 0.1(1 + a\eta_3(k))y_3(k) - u(k)$$

$$r_3(k+1) = (1 + a\eta_3(k+1))y_3(k+1) + 0.3(1 + a\eta_1(k))y_1(k) + 0.3(1 + a\eta_2(k))y_2(k) + 0.55(1 + a\eta_3(k))y_3(k) + u(k)$$

On peut aussi générer les résidus $r_{ij/v}$ en éliminant la variable commune v aux équations i et j du modèle du système :

$$r_{12/x_3}(k+1) = (1 + a\eta_1(k+1))y_1(k+1) - 2(1 + a\eta_2(k+1))y_2(k+1) - 0.25(1 + a\eta_1(k))y_1(k) + 1.7(1 + a\eta_2(k))y_2(k) + 3u(k)$$

$$r_{13/x_2}(k+1) = -1.5(1 + a\eta_1(k+1))y_1(k+1) + (1 + a\eta_3(k+1))y_3(k+1) + 0.975(1 + a\eta_1(k))y_1(k) - 0.85(1 + a\eta_3(k))y_3(k) + 2.5u(k)$$

$$r_{23/x_1}(k+1) = 3(1 + a\eta_2(k+1))y_2(k+1) + (1 + a\eta_3(k+1))y_3(k+1) - 1.95(1 + a\eta_2(k))y_2(k) - 0.25(1 + a\eta_3(k))y_3(k) - 2u(k)$$

La figure 2 montre ces résidus dans le cas de défauts d'amplitudes 1.6.

A partir des résidus précédents, on établit la table d'occurrence des défauts dans les résidus (table 2) aux instants 17 et 18 pour localiser les mesures aberrantes.

Mes Rés	$y_1(17)$	$y_1(18)$	$y_2(17)$	$y_2(18)$	$y_3(17)$	$y_3(18)$	Normal
$r_1(18)$	0	0	0		0		Non
$r_2(18)$	0		0	0	0		Non
$r_3(18)$	0		0		0	0	Non
$r_{12/x_3}(18)$	0	0	0	0			Non
$r_{13/x_2}(18)$	0	0			0	0	Non
$r_{23/x_1}(18)$			1	1	1	1	Oui

Table 2 : Localisation des mesures aberrantes

La mesure y_1 apparaît aberrante aux instants 17 et 18, les colonnes correspondantes ne contenant que des zéros.

La figure (3) montre les mêmes résidus avec des défauts d'amplitude 0.2.

La table d'occurrence des défauts dans les résidus (table 3) ne permet pas de localiser la mesure y_1 comme une mesure aberrante car les colonnes contiennent toutes la valeur 1.

Mes \ Rés	$y_1(17)$	$y_1(18)$	$y_2(17)$	$y_2(18)$	$y_3(17)$	$y_3(18)$	Normal
$r_1(18)$	0	0	0		0		Non
$r_2(18)$	1		1	1	1		Oui
$r_3(18)$	0		0		0	0	Non
$r_{12/x_3}(18)$	1	1	1	1			Oui
$r_{13/x_2}(18)$	0	0			0	0	Non
$r_{23/x_1}(18)$			1	1	1	1	Oui

Table 3 : Localisation des mesures aberrantes

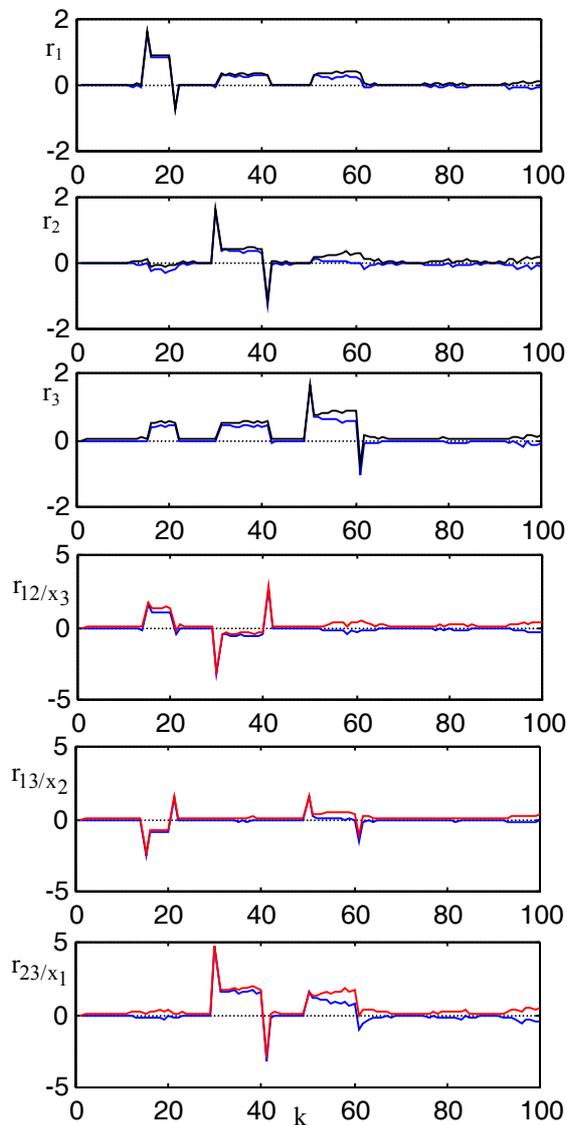


Figure 2

Résidus avec des défauts de grande amplitude

Pour affiner le diagnostic, on calcule maintenant $\hat{x}_{mes}(k)$ et $\hat{x}_{mod}(k)$, puis $\hat{x}_{int}(k)$, ce qui permet de générer les résidus structurés :

$$\hat{x}_{i_{mes}}(k) = \frac{y_i(k)}{1+0.01\eta_i(k)} \quad |\eta_i(k)| \leq 1 \quad i=1 \dots 3$$

$$\hat{x}_{mod}(k) = \begin{pmatrix} 0.45 & -0.2 & -0.2 \\ 0.1 & 0.75 & -0.1 \\ -0.3 & -0.3 & 0.55 \end{pmatrix} \hat{x}_{mes}(k-1) + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} u(k-1)$$

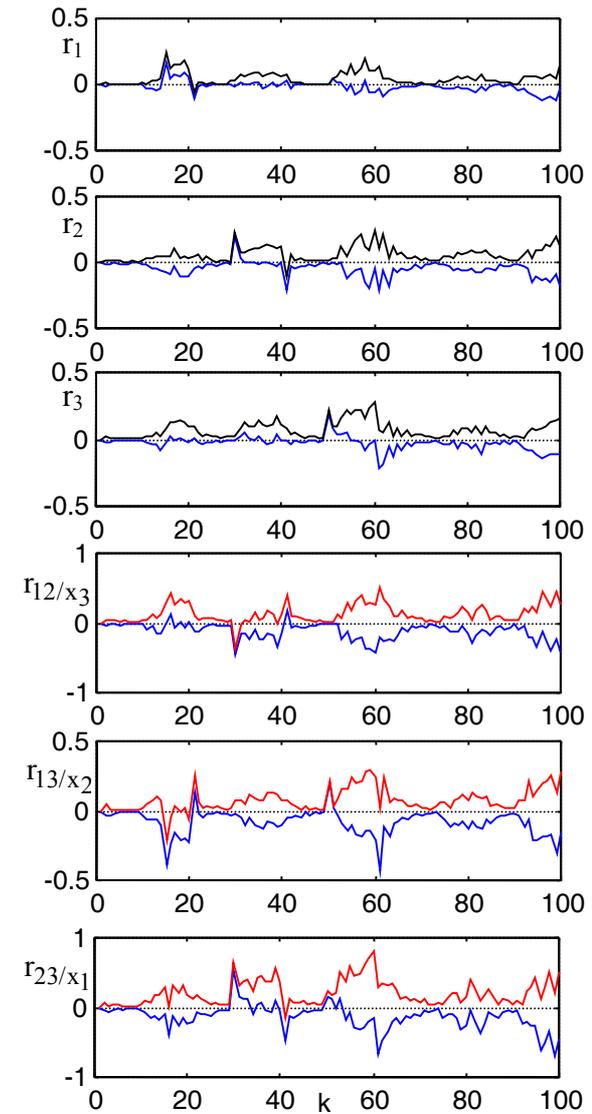


Figure 3

Résidus avec des défauts de faible amplitude

La figure 4 montre les estimations \hat{x}_{int} calculées selon les relations (17) et (18) dans le cas où l'amplitude des défauts est faible.

La figure 5 montre les résidus structurés $r^s(k+1) = \hat{x}_{mes}(k+1) - A\hat{x}_{int}(k) - Bu(k)$ dans le cas où l'amplitude des défauts est faible. Il est clair sur ces résidus qu'un défaut dans l'intervalle temporel [15, 20] est détecté et localisé sur y_1 , un défaut dans l'intervalle temporel [30, 40] est détecté et localisé sur y_2 et un défaut dans l'intervalle temporel [50, 60] est détecté et localisé sur y_3 .

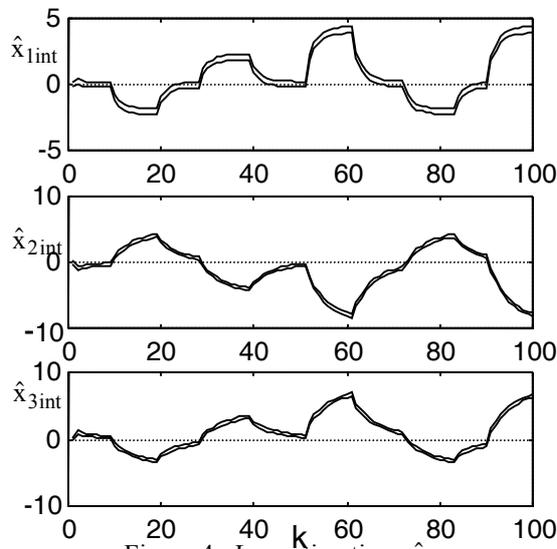


Figure 4 : Les estimations \hat{x}_{int}

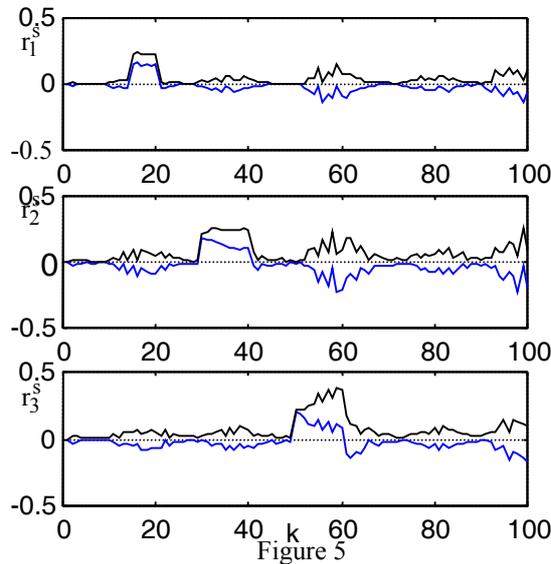


Figure 5

Résidus r^s avec des défauts de faible amplitude

6. Conclusion

Cette nouvelle approche du problème de réconciliation de mesures prend en compte les incertitudes paramétriques de la matrice de sortie du système. La méthode proposée est facile à mettre en œuvre et n'utilise que des opérations sur des intervalles ; elle permet de valider les mesures et de donner une estimation cohérente des variables intervenant dans le modèle sur la base de la connaissance des intervalles de variation des erreurs de mesure mais sans connaissance a priori sur leur loi de distribution statistique. La procédure proposée s'applique à tous les systèmes linéaires et devrait pouvoir s'étendre à certaines classes de systèmes non linéaires. Par la suite, il conviendrait aussi d'examiner le cas de systèmes partiellement instrumentés.

Annexe

On a utilisé des opérations arithmétiques et logiques simples pour calculer les résidus et les estimations ; dans ce qui suit nous présentons ces opérations.

- L'intersection de deux intervalles $X=[\underline{x}, \bar{x}]$ et $Y=[\underline{y}, \bar{y}]$ est vide si l'une des conditions $\underline{x} > \bar{y}$ ou $\bar{x} < \underline{y}$

est vérifiée. Sinon, cette intersection est aussi un intervalle défini par : $X \cap Y = [\max(\underline{x}, \underline{y}), \min(\bar{x}, \bar{y})]$.

Dans le cas vectoriel, l'intersection de $X=[X_1 \dots X_n]^T$ avec $Y=[Y_1 \dots Y_n]^T$ est évaluée composante par composante.

$$X \cap Y = [X_1 \cap Y_1 \dots X_n \cap Y_n]^T$$

$$- X + Y = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}], X - Y = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]$$

$$- XY = [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})]$$

- Le produit scalaire d'un vecteur à composantes réelles ϕ par un vecteur intervalle X est défini comme suit : $\phi X = \frac{1}{2} \phi(\underline{x} + \bar{x}) + \frac{1}{2} |\phi| [\underline{x} - \bar{x}, \bar{x} - \underline{x}]$

Références

[Adrot, 2000] Adrot O. *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante*. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, spécialité automatique.

[Alhaj Dibo, 2002] Alhaj Dibo M., Maquin D., Ragot J. *Réconciliation de données par estimation d'état en utilisant l'approche bornante*. SIMO 2002 Système d'Information Modélisation, Optimisation Commande en Génie des Procédés, Toulouse (France).

[Crowe, 1996] Crowe C. M. *Data reconciliation - progress and challenges*. Journal of Process Control, 6 (2/3), p. 89-98.

[Jaulin et al., 2001] Jaulin L., Kieffer M., Didrit O. and Walter E., *Applied Interval Analysis*, Springer.

[Milanese et al, 1996] Milanese M., Norton J., Pietlahanier H. and Walter E. *Bounding approaches to system identification*, Plenum press. New-York and London.

[Moore, 1979] Moore R.E. *Methods and applications of interval analysis*. Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, Pennsylvania.

[Narasimhan, 1989] Narasimhan S., Mah R.S.H. *Treatment of general steady-state process models in gross error identification*. Computers and Chemical Engineering, 13, p. 851-853.

[Patton et Frank, 1989] Patton R.J. and Frank P. M. *Fault diagnosis in dynamic systems*, Prentice Hall, International series in systems and control engineering.

[Ploix, 1998] Ploix S. *Diagnostic des systèmes incertains : l'approche bornante*. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, spécialité automatique.

[Ragot, 1990] Ragot J., Darouach M., Maquin D., Bloch G. *Validation de données et diagnostic*. Traité des Nouvelles Technologies, Série Diagnostic et Maintenance, Hermès, Paris.

[Walter et Piet-Lahanier, 1989] Walter E., and Piet-Lahanier H. *Exact and recursive description of feasible parameter set for bounded error models*, 26^{ème} IEEE Conf. on Dec. and Control, Los Angeles.