

Capteur logiciel pour la détection de changement de modes de fonctionnement

J. Ragot^{a,b,*}, B. Marx^{a,b}, D. Maquin^{a,b}

^a*Université de Lorraine, CRAN, UMR 7039, 2 avenue de la forêt de Haye, 54156 Vandoeuvre-lès-Nancy, France.*

^b*CNRS, CRAN, UMR 7039, France.*

Abstract

(En français) La détection de changement de modes de fonctionnement consiste à mettre en évidence les changements anormaux de comportement d'un système. L'article propose une nouvelle méthode permettant de détecter des changements de régimes à partir des données entrées/sorties d'un système. Cette méthode s'appuie sur une étude de sensibilité des signaux aux paramètres et aux variables d'un modèle global du système à identifier. Ce modèle est composé des différents modèles de chaque régime de fonctionnement, inconnus a priori.

(In English) Regime change detection is concerned with identifying abnormal system behaviors and abrupt changes from one regime to another. This paper proposes a novel method capable of detecting regime change points in sequential time series. Our approach is based on a sensitivity study of a global model combining, with a multiplicative effect, the local models describing the different modes of functioning.

Mots clés : Capteur Logiciel, Détection de changement de modes, identification.

Keywords: Soft sensor, mode change detection, parameter estimation.

*Corresponding author

1. Introduction

La modélisation des systèmes (capteurs, processus physiques, actionneurs) est l'étape préalable et indispensable à toute tentative d'amélioration de leur fonctionnement. De nombreuses études de modélisation portent sur des systèmes caractérisés par un mode de fonctionnement unique ; cependant, certains systèmes peuvent, en fonction de leurs environnements ou de perturbations, avoir différents modes de fonctionnement. Parmi les problèmes liés à la surveillance de tels systèmes, qu'ils soient de nature technologique, sociétale ou environnementale, ceux concernant la détection des changements de mode de fonctionnement sont l'objet d'attentions particulières. En effet, tout changement peut conduire le système dans une situation anormale et dans ce cas, une détection précoce du changement peut permettre de définir les actions à appliquer au système pour contrecarrer les effets de ce changement.

La détection de changement de modes de fonctionnement a fait l'objet de très nombreux travaux dans le domaine du traitement de signal. Les premiers de ces travaux ont porté sur la détermination de sauts de moyenne dans des signaux [1], ces sauts étant eux-mêmes des images des changements affectant un système. Ces techniques se sont ensuite généralisées à la détection de saut de phase, de variance et de fréquence [2], puis à la détection d'instant de changement de régimes [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Cette détection peut s'appliquer sur les signaux issus des capteurs, mais bien souvent dans ce cas les sauts détectés ne sont pas imputables à des modifications de comportement. Notons que la plupart de ces techniques repose sur l'utilisation de modèles caractérisant le bon fonctionnement des systèmes et plus rarement les situations de dysfonctionnement. Quelques techniques cepen-

dant ont été développées également en l'absence de modèle a priori notamment en utilisant les techniques d'analyse en composantes principales [9] pour le cas linéaire [10], [11], et leurs extensions connues sous le nom de méthodes à noyaux dans le cas non linéaire [12], [13].

D'un point de vue méthodologique, la détection de changement de régimes peut se faire à partir de modèles qui traduisent chaque mode de fonctionnement, ou à partir des données sans disposer a priori de modèle. L'ouvrage [3] donne un bon aperçu des méthodes de détection de changement de comportement. Dans le cas général, les raisons de changement de modes de fonctionnement de systèmes ne sont pas connues et les modes de fonctionnement ne sont pas a priori caractérisés. A partir de mesures collectées sur le système en cours de fonctionnement, il faut alors estimer les paramètres des modèles décrivant les modes et, de façon concomitante, résoudre le problème de partitionnement des données, de façon à associer à chaque mode de fonctionnement les données qui lui sont propres.

Les applications des méthodes de changement de modes de fonctionnement sont nombreuses, dans des domaines variés, comme l'économie [14] et la finance [15], [16], l'environnement [17], [18], [19], [20], la gestion de trafic [21], la biologie [22], [23] et l'épidémiologie [24]. Cet intérêt est motivé par les enjeux liés à la capacité à détecter le plus précocement possible des changements de modes de fonctionnement, de façon à pouvoir proposer des stratégies de contrôle adaptées. En revanche, peu de travaux ont été publiés sur l'analyse de changement de régimes des systèmes technologiques, exceptés ceux relatant des essais sur des maquettes de laboratoire ou effectués en simulation. Citons néanmoins [25] pour la détection de changement de régimes de fonctionnement consécutif à

l'apparition de vibrations mécaniques dans des moteurs d'avion, [26] dans le domaine du broyage des matériaux, [27] pour la surveillance de trajectoires d'avion, [28] pour la surveillance de la coulée continue dans le domaine sidérurgique, [29] en génie chimique et [30] pour la prise en compte de variables exogènes dans des capteurs.

On présente ici une approche originale pour la détection de changement de modes de fonctionnement, sans connaître a priori les modèles caractérisant les modes de fonctionnement. On suppose disposer d'une base de données collectées sur le système en cours de fonctionnement, à partir de laquelle la reconnaissance des modes de fonctionnement va être effectuée. Les données disponibles sont supposées exemptes d'erreurs systématiques. Quelques hypothèses simplificatrices sont formulées : le nombre de modes de fonctionnement est réduit à deux, le système a un comportement linéaire dans chaque mode de fonctionnement. La section 2 donne le principe de reconnaissance de mode de fonctionnement dans le cas d'un capteur à deux modes de fonctionnement, la section 3 aborde le cas d'un système à deux grandeurs de sorties et deux modes de fonctionnement. L'influence des erreurs de mesure sur la reconnaissance de mode de fonctionnement est abordée à la section 4. La section 5 donne le canevas de la généralisation à un système plus complexe caractérisé par un nombre quelconque de variables d'entrée.

2. Principe de reconnaissance de mode de fonctionnement

2.1. Modèle du système et objectif

Le système considéré (1) présente deux modes de fonctionnement M_a et M_b , chaque mode étant décrit par un modèle linéaire dont le paramètre a ou b n'est pas

connu :

$$\begin{aligned}M_a & : y^* + a x^* = 0 \\M_b & : y^* + b x^* = 0\end{aligned}\tag{1}$$

où x^* et y^* sont respectivement l'entrée et la sortie du système. La façon dont le système passe du mode de fonctionnement M_a au mode M_b est arbitraire et inconnue. Si l'on dispose d'une série de données collectées au cours du temps, l'objectif est la recherche des instants de changement de modes. A un instant donné, si l'on dispose d'un unique couple de données, l'objectif est la détermination du mode actif à cet instant ou reconnaissance de mode de fonctionnement (RMF), c'est-à-dire celui dont le modèle est en adéquation avec les données.

2.2. Principe de la reconnaissance de mode de fonctionnement

L'objectif est de déterminer, à partir des données disponibles x^* et y^* , le mode de fonctionnement du système. Le problème, bien que relatif ici à un exemple très simple, peut s'avérer difficile à résoudre. En effet, les paramètres a et b des modèles décrivant les deux modes de fonctionnement ne sont pas connus et les données disponibles peuvent être entachées d'erreurs. Pour modéliser le fonctionnement du système, il convient donc de résoudre de façon conjointe le triple problème suivant : estimer le mode actif, identifier les paramètres du modèle du système, prendre en compte la présence d'erreurs de mesures.

Les grandeurs vraies x^* et y^* doivent satisfaire à l'un des deux modèles M_a ou M_b . L'ignorance du mode actif de fonctionnement ne permet pas d'allouer ces grandeurs vraies à l'un des deux modèles, mais peut être contournée en écrivant que, quel que soit le mode actif, les grandeurs vraies satisfont à un modèle global, réunion multiplicative des deux sous-modèles (1). Ce modèle prend la

forme d'une contrainte non linéaire par rapport aux variables :

$$(y^* + a x^*)(y^* + b x^*) = 0 \quad (2)$$

Ainsi, en décomposant (2), on peut définir le modèle global du système, indépendamment du mode actif de fonctionnement, sous la forme :

$$M_{ab} : y^{*2} + p y^* x^* + q x^{*2} = 0 \quad (3)$$

où les paramètres $p = a + b$ et $q = a b$ caractérisant les deux modes de fonctionnement du système apparaissent de façon linéaire.

Dans la suite de l'exposé, on montrera que, à partir d'un jeu de mesures $(x(k), y(k), k = 1, \dots, N)$ collectées sur le système en cours de fonctionnement dans l'un et l'autre des deux modes, il est alors simple d'identifier les paramètres p et q du modèle global (3), sans pour autant connaître le mode actif à chaque instant et son paramètre a ou b . Une fois ce modèle global connu, autrement dit une fois ses paramètres identifiés, peut-il être utilisé pour la reconnaissance du mode actif ? En d'autres termes, disposant à l'instant k d'un couple de données $\{x(k), y(k)\}$, comment allouer ce couple au mode M_a ou au mode M_b ? Pour répondre à cette question, on peut pour cet exemple simple, calculer la sensibilité de y par rapport à x . En effet, à partir du modèle global M_{ab} (3), on a :

$$\frac{\partial y(k)}{\partial x(k)} = -\frac{2q x(k) + p y(k)}{p x(k) + 2y} \quad (4)$$

Cette sensibilité peut être évaluée pour chaque mode de fonctionnement. Pour le mode M_a la contrainte $y(k) = -a x(k)$ est valide et pour le mode M_b on a $y(k) = -b x(k)$, ce qui permet d'obtenir, à condition que $x(k)$ soit non nul :

$$\begin{aligned} M_a : \frac{\partial y(k)}{\partial x(k)} &= -\frac{2q - a p}{p - 2a} = -a \\ M_b : \frac{\partial y(k)}{\partial x(k)} &= -\frac{2q - b p}{p - 2b} = -b \end{aligned} \quad (5)$$

Ainsi, il est remarquable de constater qu'une sensibilité différente est associée à chaque mode. De plus cette sensibilité est indépendante de la valeur des variables $x(k)$ et $y(k)$. De façon plus générale, si l'on dispose au cours du temps de données $x(k), y(k), k = 1, \dots, N$, on constate que la sensibilité ne peut prendre que deux valeurs $-a$ ou $-b$, ce qui permet immédiatement de classer les données en deux groupes, correspondant respectivement au mode M_a et au mode M_b . La sensibilité constitue donc un observateur du changement de modes de fonctionnement du système.

Il est important de noter que la définition (5) de la sensibilité n'est pas numériquement utilisable car les paramètres a et b des modèles locaux sont inconnus, mais sert à démontrer la reconnaissance possible des modes de fonctionnement. Par contre (4) représente la forme de calcul de la sensibilité en fonction des données connues $\{x(k), y(k)\}$ et des paramètres $\{p, q\}$ du modèle global qui sont facilement identifiables. La sensibilité (4), indicatrice du mode de fonctionnement, s'évalue donc à partir du modèle global et non pas à partir des modèles locaux décrivant les modes de fonctionnement.

3. Système SIMO à deux modes de fonctionnement

L'exemple de la section précédente, même s'il permet de donner le principe de la RMF, souffre d'un très faible niveau de redondance, puisqu'il ne met en jeu qu'une entrée et une sortie. De ce fait, il ne permet de générer qu'un seul indicateur de l'adéquation des données à l'un des modes de fonctionnement, cet indicateur étant la sensibilité de la sortie y par rapport à l'entrée x . L'exemple qui suit est lui aussi de dimension très modeste, mais il offre cependant l'avantage de mettre en jeu deux variables de sortie, ce qui permet d'entrevoir la généralisation

à un système MIMO. En conséquence, deux indicateurs de RMF peuvent être générés à partir des données et éventuellement structurés de façon à être sensibles de façon privilégiée à certaines variables.

3.1. Modèle du système

On note x^* l'entrée du système, y_1^* et y_2^* ses deux sorties. Les modèles considérés étant choisis linéaires, les deux sorties s'explicitent de la façon suivante pour les deux modes de fonctionnement M_a et M_b :

$$\text{Sortie } y_1^* \begin{cases} M_{a,1} & : y_1^* + a_1 x^* = 0 \\ M_{b,1} & : y_1^* + b_1 x^* = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{Sortie } y_2^* \begin{cases} M_{a,2} & : y_2^* + a_2 x^* = 0 \\ M_{b,2} & : y_2^* + b_2 x^* = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Comme précédemment, les grandeurs vraies $\{x^*, y_1^*, y_2^*\}$ vérifient l'un des deux modes de fonctionnement, donc satisfont aux modèles globaux

$$\begin{cases} M_{ab,1} & : (y_1^* + a_1 x^*)(y_1^* + b_1 x^*) = 0 \\ M_{ab,2} & : (y_2^* + a_2 x^*)(y_2^* + b_2 x^*) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

La forme équivalente suivante peut être préférable, car elle substitue aux paramètres locaux (a_1, b_1, a_2, b_2) inconnus, des paramètres de modèles globaux (p_1, p_2, q_1, q_2) que l'on pourra ultérieurement identifier numériquement :

$$\begin{cases} M_{ab,1} & : y_1^{*2} + p_1 y_1^* x^* + q_1 x^{*2} = 0 \\ M_{ab,2} & : y_2^{*2} + p_2 y_2^* x^* + q_2 x^{*2} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Les formes quadratiques (9) s'écrivent plus simplement :

$$\begin{cases} M_{ab,1} & : z^{*T} R_1 z^* = 0 \\ M_{ab,2} & : z^{*T} R_2 z^* = 0 \end{cases} \quad (10)$$

avec les définitions :

$$z^* = \begin{bmatrix} y_1^* & y_2^* & x^* \end{bmatrix}^T \quad R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{p_1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{p_1}{2} & 0 & q_1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{p_2}{2} \\ 0 & \frac{p_2}{2} & q_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.2. Extraction de redondances complémentaires

La modélisation précédente traduit la redondance d'information entre l'entrée du système et chacune de ses sorties. Dans (8) ou (9), la première équation relie la première sortie y_1 du système à son entrée x et ceci pour les deux modes de fonctionnement pris de façon conjointe, la deuxième équation étant relative à la deuxième sortie y_2 également explicitée pour les deux modes de fonctionnement pris de façon conjointe. Pour des raisons de structuration d'indicateurs de RMF, ces deux modèles peuvent être combinés, afin de faire apparaître de façon privilégiée certaines variables. Les possibilités de combinaison se limitent ici à l'élimination de la seule variable d'entrée x^* qui est commune aux deux modèles globaux (8).

Dans une première analyse, si l'on raisonne sur les modèles locaux, l'élimination de x^* entre $M_{a,1}$ et $M_{a,2}$ (6), d'une part, de x^* entre $M_{b,1}$ et $M_{b,2}$ (6) d'autre part conduit à :

$$\begin{aligned} a_2 y_1^* - a_1 y_2^* &= 0 \\ b_2 y_1^* - b_1 y_2^* &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Comme mentionné précédemment, disposant d'un triplet de données $\{x^*, y_1^*, y_2^*\}$, une seule des équations (12) est satisfaite selon le mode de fonctionnement du système, mais on ne peut savoir laquelle. Cependant, sans connaître le mode actif, le modèle global multiplicatif suivant est toujours valide :

$$(a_2 y_1^* - a_1 y_2^*) (b_2 y_1^* - b_1 y_2^*) = 0 \quad (13)$$

Cette relation de redondance, indépendante de x^* , peut aussi s'exprimer sous la forme :

$$a_2 b_2 y_1^{*2} - (a_2 b_1 + a_1 b_2) y_1^* y_2^* + a_1 b_1 y_2^{*2} = 0 \quad (14)$$

Malheureusement, cette redondance est explicitée en fonction des paramètres inconnus des modèles locaux. Néanmoins, elle indique bien l'existence d'une équation de redondance structurée, c'est-à-dire reliant entre elles les sorties y_1^* et y_2^* du système. Cela incite à reprendre les équations des sorties globales (9), dans lesquelles on peut éliminer x^{*2} et x^* , ce qui donne¹ :

$$q_1^2 y_2^{*4} - y_1^{*2} y_2^{*2} (2q_1 q_2 - p_1^2 q_2 - p_2^2 q_1) + q_2^2 y_1^{*4} - y_1^* y_2^* p_1 p_2 (q_1 y_2^{*2} + q_2 y_1^{*2}) = 0 \quad (15)$$

On peut aisément vérifier que les sorties y_1^* et y_2^* vérifient cette équation de redondance et ceci pour les deux modes de fonctionnement. On peut également noter que (15) est parfaitement utilisable, car, dépend des paramètres du modèle global p_1, q_1, p_2, q_2 qui sont identifiables au moyen d'une technique de régression ou d'analyse en composantes principales.

Cependant, la complexité de la structure (15) ne permet pas la représentation matricielle (10) utilisée précédemment. Pour cette raison, il apparaît plus simple d'écrire (14) sous la forme :

$$y_1^{*2} + p_3 y_1^* y_2^* + q_3 y_2^{*2} = 0 \quad (16)$$

dont les paramètres p_3 et q_3 sont facilement identifiables à partir des données, même sans connaître leur allocation à l'un des modes de fonctionnement. De

¹Pour cela, on élimine tout d'abord x^{*2} entre les deux équations (9), ce qui génère une équation où apparaît une seule fois x^* . Puis, toujours à partir des deux équations (9), on élimine x^* , ce qui génère une équation contenant une seule fois x^{*2} . L'élimination de x^* et de x^{*2} entre les deux équations ainsi formées fournit alors l'équation (15).

façon équivalente ce troisième modèle global d'inter-redundance entre les sorties se formalise aussi :

$$z^{*T} R_3 z^* = 0 \quad (17)$$

avec

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{p_3}{2} & 0 \\ \frac{p_3}{2} & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Finalement, on dispose de trois équations du modèle global mises sous la forme :

$$z^{*T} R_i z^* = 0 \quad (19)$$

avec les définitions (11) et (18).

A titre d'exemple, avec $a_1 = 1, b_1 = 1/2, a_2 = -1/2, b_2 = 1$, on a les trois équations de redundance (la troisième étant issue des deux premières) :

$$\begin{cases} y_1^{*2} + 1.5 y_1^* x^* + 0.5 x^{*2} = 0 \\ y_2^{*2} + 0.5 y_2^* x^* - 0.5 x^{*2} = 0 \\ y_2^{*2} - y_1^{*2} - 1.5 y_1^* y_2^* = 0 \end{cases} \quad (20)$$

3.3. Estimation des paramètres du modèle global

A partir d'un jeu de données disponibles $\{y_1(k), y_2(k), x(k), k = 1, \dots, N\}$, la détermination des paramètres $\{p_i, q_i\}$ du modèle global peut être effectuée de façon standard au moyen d'une technique de type Analyse en Composantes Principales. Toujours avec l'exemple précédent, la première étape de la procédure d'estimation consiste à générer les données définissant le modèle global :

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} y_1(k)^2 & y_1(k)y_2(k) & y_1(k)x(k) & y_2(k)^2 & y_2(k)x(k) & x(k)^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

pour $k = 1, \dots, N$. Le vecteur $\xi(k)$ contient toutes les données nécessaires à la construction des trois modèles globaux (9) et (16) et permet de construire la matrice :

$$\Xi = \begin{bmatrix} \xi(1) \\ \vdots \\ \xi(N) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Pour chercher les relations de redondance liant les variables ξ , il suffit de déterminer les vecteurs propres de la matrice $\Xi^T \Xi$ correspondant aux valeurs propres nulles. Pratiquement, en raison de la présence des bruits de mesure affectant cette matrice, sachant que l'on recherche trois modèles, les vecteurs propres correspondant aux trois valeurs propres les plus faibles fournissent ces modèles.

Ces trois vecteurs propres peuvent être structurés, par combinaisons linéaires, de façon à retrouver la forme des modèles globaux décrits par les matrices R_i (11), (18). Pour cela rappelons que ces trois modèles font intervenir respectivement les variables $\{y_1^2, y_1 x, x^2\}$, $\{y_2^2, y_2 x, x^2\}$ et $\{y_1^2, y_1 y_2, y_2^2\}$, c'est-à-dire les variables respectivement de rangs $\{1, 3, 6\}$, $\{4, 5, 6\}$ et $\{1, 2, 4\}$ dans le vecteur ξ . Les trois combinaisons linéaires à appliquer aux valeurs propres ont comme rôle l'élimination respective des variables $\{2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3\}$ et $\{3, 5, 6\}$.

3.4. Gradient des résidus. Reconnaissance du mode de fonctionnement

A l'instant k , les deux résidus indépendants et celui obtenu par structuration sont :

$$\begin{cases} r_1(k) = y_1^2(k) + p_1 y_1(k) x(k) + q_1 x^2(k) \\ r_2(k) = y_2^2(k) + p_2 y_2(k) x(k) + q_2 x^2(k) \\ r_3(k) = y_1^2(k) + p_3 y_1(k) y_2(k) + q_3 y_2^2(k) \end{cases} \quad (23)$$

dont les valeurs témoignent de la cohérence des données, peuvent être caractérisés par leurs gradients $g_i(k) = \partial r_i(k) / \partial z(k)$ vis-à-vis des variables ($z(k) = y_1(k), y_2(k), x(k)$) du système. Le gradient de chaque résidu $r_i(k)$ se calcule à partir de (19), l'équation (20) correspondant à un exemple particulier :

$$g_i(k) = 2 R_i z^*(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (24)$$

On peut montrer que lorsque le système est dans le mode M_a , ces vecteurs gradient s'explicitent par :

$$g_1(k) = \alpha_1(k) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}, \quad g_2(k) = \alpha_2(k) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ a_2 \end{bmatrix}, \quad g_3(k) = -x(k) \begin{bmatrix} 2a_1 + (a_3 + b_3)a_2 \\ (a_3 + b_3)a_1 + 2a_3b_3a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

avec $\alpha_1(k) = (b_1 - a_1)x(k)$ et $\alpha_2(k) = (b_2 - a_2)x(k)$. En revanche, lorsque le système est dans le mode M_b , les gradients deviennent :

$$g_1(k) = \alpha_1(k) \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -b_1 \end{bmatrix}, \quad g_2(k) = \alpha_2(k) \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -b_2 \end{bmatrix}, \quad g_3(k) = -x(k) \begin{bmatrix} 2b_1 + (a_3 + b_3)b_2 \\ (a_3 + b_3)b_1 + 2a_3b_3b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Ainsi, quelles que soient les valeurs numériques prises par la variable x , le vecteur gradient de chaque modèle global s'oriente uniquement dans deux directions, chacune caractéristique d'un mode de fonctionnement (la discernabilité des modes nécessite $a_1 \neq b_1$ ou $a_2 \neq b_2$). Par exemple, le gradient g_1 du premier modèle s'oriente dans l'une des directions $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 \end{bmatrix}^T$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 \end{bmatrix}^T$. Compte tenu des termes $\alpha_i(k)$, les gradients ont des amplitudes dépendant de la variable $x(k)$, mais une normalisation permet de s'en affranchir, par exemple en divisant

toutes les composantes d'un même vecteur gradient par l'une de ses composantes non nulle. Comme précédemment, les expressions (25) et (26) fournissent la justification de la RMF et de la séparation des modes, mais ne sont évaluables d'un point de vue numérique, les paramètres a_i et b_i des modèles locaux étant inconnus. Du point de vue de la mise en œuvre numérique, ce sont les définitions (24) qui permettent le calcul effectif des gradients en fonction des paramètres p_i et q_i des modèles globaux et des mesures des variables.

4. Influence des erreurs de mesure

Comme indiqué précédemment, la RMF est effectuée à partir des coefficients de sensibilité des modèles, eux-mêmes évalués à partir des données disponibles. Cependant, ces dernières sont généralement corrompues par des erreurs de mesure, ce qui justifie, voire impose, leur filtrage ou l'estimation des grandeurs vraies.

4.1. Réconciliation de données

Le principe de la réconciliation de données repose sur la notion de satisfaction de contrainte de modèle [31]. Comme les données brutes, en raison des bruits de mesure qui les affectent, ne vérifient pas en général les équations de modèle, la réconciliation s'attache à corriger ces données brutes de façon à satisfaire les équations de modèle. A cet effet, considérons le critère :

$$\Phi(k) = \frac{1}{2} \|\hat{z}(k) - z(k)\|_W^2 \quad (27)$$

résultant de l'hypothèse de distribution gaussienne des erreurs de mesure et où on définit $\|x\|_W^2 = x^T W x$. W est une matrice diagonale de pondération destinée à privilégier le rôle de certaines variables. Les estimées \hat{z} s'obtiennent en recherchant le minimum de $\Phi(k)$ sous contrainte de satisfaction de modèle (19). Cela

conduit à définir le Lagrangien :

$$\mathcal{L}(k) = \frac{1}{2} \left(\|\hat{z}(k) - z(k)\|_W^2 + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \hat{z}^T(k) R_j \hat{z}(k) \right) \quad (28)$$

dont les conditions d'optimalité par rapport à $\hat{z}(k)$ et λ_j s'écrivent :

$$\begin{cases} 0 = W(\hat{z}(k) - z(k)) + \sum_{j=1}^3 \lambda_j R_j \hat{z}(k) \\ 0 = \hat{z}^T(k) R_j \hat{z}(k), \quad j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (29)$$

ou encore :

$$\begin{cases} \hat{z}(k) & = z(k) - W^{-1} \left(\sum_{j=1}^3 \lambda_j R_j \hat{z}(k) \right) \\ \hat{z}(k) R_j z(k) & = \hat{z}(k) R_j W^{-1} (\lambda_1 R_1 + \lambda_2 R_2 + \lambda_3 R_3) \hat{z}(k), \quad j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (30)$$

Généralement ce système n'admet pas de solution analytique et, pour exhiber la solution $\hat{z}(k)$, il faut avoir recours à des méthodes de résolution approchée ou itérative. De nombreuses techniques peuvent être utilisées comme la méthode de Newton, les techniques dichotomiques, la recherche de point fixe, la méthode de Steffenson. Ici, une itération directe de type point fixe a été utilisée à partir de valeurs initiales $\lambda_j^{(0)}$ des paramètres de Lagrange et $\hat{z}^{(0)}$ de l'état. Finalement, on dispose d'estimés $\{\hat{y}_1(k), \hat{y}_2(k), \hat{x}(k)\}$ cohérents par rapport au modèle global du système et donc utilisables pour le calcul des sensibilités comme effectué en (5). Si i représente l'indice de l'itération courante, on déduit de (29) les estimés à l'itération $i + 1$ en fonction de deux obtenus à l'itération i :

$$\hat{z}^{(i+1)}(k) = z(k) - W^{-1} \left(\sum_{j=1}^3 \lambda_j^{(i)} R_j \hat{z}^{(i)}(k) \right) \quad (31)$$

où les paramètres sont actualisés selon

$$\begin{bmatrix} \lambda_1^{(i)} \\ \lambda_2^{(i)} \\ \lambda_3^{(i)} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \hat{z}^{(i)T}(k) R_1 W^{-1} \\ \hat{z}^{(i)T}(k) R_2 W^{-1} \\ \hat{z}^{(i)T}(k) R_3 W^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \hat{z}^{(i)}(k) & R_2 \hat{z}^{(i)}(k) & R_3 \hat{z}^{(i)}(k) \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{z}^{(i)T} R_1 z(k) \\ \hat{z}^{(i)T} R_2 z(k) \\ \hat{z}^{(i)T} R_3 z(k) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Dans cette procédure, l'arrêt des itérations est décidé au vu de l'amplitude des dérivées du Lagrangien par rapport à un seuil fixé par apprentissage.

Dans le cas d'observations corrompues par des bruits de mesure, les estimées obtenues selon la procédure précédente peuvent elles-mêmes être sensibles à ces bruits. Une façon d'atténuer l'influence de ces bruits consiste à modifier le Lagrangien sous la forme suivante qui permet de prendre en compte la notion d'inertie du système :

$$\mathcal{L}(k) = \|\hat{z}(k) - z(k)\|_W^2 + \Gamma \|\hat{z}(k) - \hat{z}(k-1)\|^2 + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \hat{z}(k)^T R_j \hat{z}(k) \quad (33)$$

la matrice de pondération Γ , à fixer par l'utilisateur, introduisant un compromis entre l'estimée à l'instant k et celle obtenue à l'instant antérieur $k-1$. Les conditions d'optimalité du Lagrangien (33) s'établissent comme précédemment.

4.2. Indicateur de changement de modes

L'indicateur de changement de modes issu du calcul du gradient (24) est alors évalué à partir des mesures corrigées :

$$\hat{g}_i(k) = 2 R_i \hat{z}(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (34)$$

Comme précédemment, chaque vecteur $\hat{g}_i(k)$ s'oriente dans deux directions, chacune correspondant à un mode de fonctionnement particulier. L'analyse de ces directions à chaque instant permet donc de connaître le mode de fonctionnement du système.

4.3. Influence des valeurs aberrantes. Détection de défauts

L'approche précédente propose une solution au double problème de réconciliation des données vis-à-vis du modèle d'un système et de reconnaissance de mode de fonctionnement. Malheureusement, si les données disponibles contiennent des valeurs aberrantes, suite par exemple à des défauts de capteur, la réconciliation de données peut se révéler néfaste. En effet, de par sa formalisation même au moyen du Lagrangien (28), le fait de minimiser la norme des écarts $\hat{z}(k) - z(k)$ peut conduire à corriger de façon inconsidérée les mesures $z(k)$. De façon plus précise, une erreur $\delta z_i(k)$ affectant la i ème composante $z_i(k)$ du vecteur de mesure $z(k)$ peut conduire à fournir une estimation $\hat{z}_i(k)$ corrigeant en partie la mesure $z_i(k)$ erronée mais aussi à corriger abusivement les mesures d'autres variables pourtant saines. Cette dissémination de l'influence d'une erreur affectant une variable sur plusieurs estimées devient critiquable. Cependant, la matrice de pondération W introduite dans la fonction objectif (27) peut servir à limiter cette dissémination. Le principe à prendre en compte est une adaptation des poids W en fonction des variables dont les mesures peuvent être considérées comme aberrantes.

La mise en œuvre de cette procédure adaptative repose donc sur l'aptitude à détecter et localiser ces mesures aberrantes. La structuration des équations du modèle global du système trouve ici sa pleine justification. Les équations (10) et (17) ont été construites avec ce souci de structuration. En effet, le premier modèle est indépendant de y_2 , le deuxième est indépendant de y_1 et le troisième est indépendant de x . Cela est traduit par la table d'occurrence (Table 1) indiquant sous forme de signatures l'influence de défauts éventuels (valeurs aberrantes) $\delta(\cdot)$ sur les modèles et plus précisément sur les résidus $r_i(k)$ (23). On note que la présence d'un défaut est parfaitement détectable et localisable, les trois signatures

de défaut étant indépendantes.

Table 1: Table de signature des défauts

	$r_1(k)$	$r_2(k)$	$r_3(k)$
δy_1	\times	$\mathbf{0}$	\times
δy_2	$\mathbf{0}$	\times	\times
δx	\times	\times	$\mathbf{0}$

Pour un triplet $y_1(k), y_2(k), x(k)$ donné à l'instant k , on peut donc évaluer numériquement les trois résidus de modèle $r_i(k) = z_i(k)^T R_i z_i(k)$. L'analyse de leurs amplitudes met alors en évidence les variables aberrantes éventuelles.

La matrice des poids W (27) est alors adaptée en fonction du caractère normal ou anormal des valeurs des variables. Une valeur jugée anormale devra être corrigée, donc le poids β à lui attribuer dans le critère $\Phi(k)$ doit être faible. A contrario, les variables jugées exemptes de valeurs aberrantes doivent être affectées d'un poids élevé α . Pour cela, la matrice W est choisie sous forme diagonale : $W = \text{diag}(w_1, w_2, w_3)$, les poids w_i ne prenant que la valeur α ou β . L'adaptation des poids servant à l'estimation des valeurs vraies peut se résumer ainsi : si le résidu $r_1(k), r_2(k)$ ou $r_3(k)$ est significativement différent de zéro, cela indique la présence d'un défaut sur $y_1(k), y_2(k)$ ou $x(k)$ et il faut alors pondérer la mesure par un poids β faible comparé au poids α des mesures sans défaut, de telle façon à réduire notablement l'influence des mesures en défaut. Pour $i = 1, \dots, 3$, les poids w_i sont alors fixés selon :

$$w_i = \begin{cases} \alpha, & \text{si } |r_i| < \delta \\ \beta, & \text{si } |r_i| > \delta \end{cases} \quad (35)$$

Bien évidemment, il reste à définir ces poids α et β , ou plus précisément le rapport de ces poids, la pratique montrant qu'un rapport de 100 entre ces deux valeurs est tout à fait satisfaisant pour atténuer l'influence d'une variable par rapport aux autres. Les poids étant fixés, la procédure de réconciliation peut être effectuée à chaque instant k .

5. Généralisation

La généralisation à un système caractérisé par n variables explicatives x_i et une seule variable à expliquer est directe et ne pose aucune difficulté particulière. Cette généralisation est particulièrement utile lorsque les variables explicatives sont introduites de façon progressive dans le modèle afin d'en rechercher la structure. Les deux modes sont alors décrits de la façon suivante :

$$\begin{cases} M_a & : & y(k) - \theta_a^T v(k) = 0 \\ M_b & : & y(k) - \theta_b^T v(k) = 0 \end{cases} \quad (36)$$

$y(k)$ et $v(k) = [x_1(k) \ \dots \ x_n(k)]^T$ désignant respectivement la variable à expliquer et le vecteur des variables explicatives et où θ_a et θ_b sont les vecteurs des paramètres des modèles décrivant les deux modes de fonctionnement. Comme précédemment, pour s'affranchir du délicat problème d'allocation des données à l'un des modèles locaux M_a ou M_b , on utilise le fait qu'un jeu de données $\{y(k), v(k)\}$ vérifie nécessairement leur produit, ce qui conduit à considérer le résidu associé au modèle global :

$$r(k) = (y(k) - \theta_a^T v(k)) (y(k) - \theta_b^T v(k)) \quad (37)$$

qui admet comme gradient par rapport à $y(k)$ et $v(k)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial r(k)}{\partial y(k)} = y(k) - \theta_b^T v(k) + y(k) - \theta_a^T v(k) \\ \frac{\partial r(k)}{\partial v(k)} = -\theta_a (y(k) - \theta_b^T v(k)) - \theta_b (y(k) - \theta_a^T v(k)) \end{cases} \quad (38)$$

Par conséquent si $y(k)$ et $v(k)$ sont des mesures collectées sur le système en mode de fonctionnement M_a , on a $y(k) = \theta_a^T v(k)$, ce qui réduit le gradient à :

$$\begin{cases} \frac{\partial r(k)}{\partial y(k)} = (\theta_a - \theta_b)^T v(k) \\ \frac{\partial r(k)}{\partial v(k)} = -\theta_a (\theta_a - \theta_b)^T v(k) \end{cases} \quad (39)$$

Ainsi, pour toutes les données collectées sur le système fonctionnant selon le mode M_a , le vecteur gradient s'oriente dans une direction privilégiée fixe $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_a^T \end{bmatrix}^T$. De même, pour toutes les données collectées sur le système fonctionnant selon le mode M_b , le vecteur gradient s'oriente dans une seconde direction fixe $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_b^T \end{bmatrix}^T$.

Concernant l'évaluation numérique, comme les paramètres θ_a et θ_b sont inconnus, le calcul du gradient doit se faire à partir du modèle global (37) mis sous forme linéaire par rapport à ses paramètres en utilisant la transformation de Véronèse² :

$$r(k) = y^2(k) + p_1 y(k) x_1(k) + p_2 x_1(k)^2 + p_3 y(k) x_2(k) + p_4 x_1(k) x_2(k) + p_5 x_2^2(k) + \dots + p_m x_n^2(k), \quad m = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (40)$$

²L'application de Véronèse d'ordre 2 est l'application $\nu_2 : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{M_2^n}$ définie par :

$$\nu_2([x_1, \dots, x_n]^T) = [x_1^2, x_1 x_2, x_1 x_3, \dots, x_1 x_n, \dots, x_n^2]^T$$

Comme conséquence directe, tout polynôme de degré 2 peut donc s'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire des monômes $x^\ell = x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_n^{n_n}$, $0 \leq n_i \leq 2$, $n_1 + \dots + n_n = 2$

Avec $z(k) = \begin{bmatrix} y(k) & v^T(k) \end{bmatrix}^T$, si l'on pose :

$$r(k) = z^T(k) R z(k) \quad (41)$$

le gradient par rapport à $z(k)$ est alors défini par :

$$\frac{\partial r(k)}{\partial z(k)} = 2 R z(k) \quad (42)$$

où la matrice R ne dépend que des paramètres p_i du modèle global. L'évaluation numérique du gradient nécessite la connaissance de R et donc l'estimation des paramètres p_i du modèle global (40). Comme dans le cas présenté à la section 4, cette estimation résulte d'une simple Analyse en Composantes Principales appliquée aux variables intervenant dans la définition de $r(k)$ (40).

Enfin, les systèmes dynamiques peuvent être analysés avec la même procédure, ce qui en étend de façon significative la portée. Pour cela, il suffit de considérer dans (36) que certaines composantes du vecteur v soient des entrées ou des décalées dans le temps.

6. Exemple numérique

Une simulation a été réalisée à partir de $N = 50$ observations pour les variables y_1 , y_2 et x , liées par les modèles définis en (6), les 25 premières données étant générées selon le premier mode de fonctionnement, les 25 suivantes selon le deuxième mode. Des bruits issus d'un générateur de type gaussien ont été superposés aux données. La matrice des données disponibles se présente sous la forme:

$$X = \begin{bmatrix} y_1(1) & y_2(1) & x(1) \\ \dots & & \\ y_1(N) & y_2(N) & x(N) \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

Deux situations sont traitées, en fonction de l'absence ou de la présence de valeurs aberrantes dans les données. Le premier cas est simple à mettre en œuvre. Il nécessite l'identification des paramètres du modèle global, la génération du gradient des résidus de modèle et finalement la détection des instants de changement de modes de fonctionnement. Le deuxième cas nécessite de mettre en œuvre une procédure regroupant les étapes suivantes : identification du modèle global du système, filtrage des données à partir du modèle global, détection de valeurs aberrantes, correction de valeurs aberrantes, génération du gradient des résidus de modèle et finalement détection des instants de changement de modes de fonctionnement.

6.1. Données exemptes de valeurs aberrantes

La procédure de validation de données et de reconnaissance de mode repose uniquement sur l'exploitation de ces mesures de synthèse, bien évidemment sans supposer connaître les modèles locaux qui ont permis leur construction. Une étape préliminaire est nécessaire pour identifier les paramètres des modèles globaux. Pour cela, la structure des modèles globaux (9) est prise en compte. Avec cette structure, les variables caractérisant le système dans son fonctionnement global sont regroupées dans le vecteur $\xi(k)$:

$$\xi(k) = \left[y_1^2(k) \quad y_1(k)y_2(k) \quad y_1(k)x(k) \quad y_2^2(k) \quad y_2(k)x(k) \quad x^2(k) \right]^T \quad (44)$$

ce qui permet, à partir de X définie en (43), de construire la nouvelle matrice des données :

$$\Xi = \begin{bmatrix} y_1^2(1) & y_1(1)y_2(1) & y_1(1)x(1) & y_2^2(1) & y_2(1)x(1) & x^2(1) \\ \vdots & & & & & \\ y_1^2(N) & y_1(N)y_2(N) & y_1(N)x(N) & y_2^2(N) & y_2(N)x(N) & x^2(N) \end{bmatrix}^T \quad (45)$$

Par construction, il est clair que les colonnes de cette matrice ne sont pas indépendantes et qu'il existe au moins trois relations les liant. De ce fait, une simple analyse en composantes principales permet de mettre en évidence ces relations. En l'absence d'erreurs de mesure sur les variables y_1 , y_2 et x , la décomposition spectrale de la matrice de variance-covariance $\Xi^T \Xi$ doit révéler trois valeurs propres nulles associées à deux vecteurs propres qui fournissent directement les combinaisons linéaires liant les composantes de Ξ , donc le modèle global du système. En présence de bruit de mesure, les plus petites valeurs propres de $\Xi^T \Xi$ ne sont pas nulles ; néanmoins, les vecteurs propres qui leur sont associés sont ceux à retenir pour fournir les combinaisons linéaires recherchées et, donc, les paramètres des modèles globaux puis les matrices R_i (19).

En présence de bruit de mesure, les vecteurs propres sont légèrement modifiés, mais sans altérer de façon significative les résultats de reconnaissance de mode de fonctionnement. On obtient :

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.67 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.67 & 0 & 0.45 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.24 \\ 0 & 0.24 & -0.48 \end{bmatrix} \quad R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.74 & 0 \\ 0.74 & -0.88 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dont les valeurs peuvent être comparées aux valeurs théoriques issues de la simu-

lation du modèle :

$$R_1^m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.75 & 0 & 0.50 \end{bmatrix} \quad R_2^m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.25 \\ 0 & 0.25 & -0.50 \end{bmatrix} \quad R_3^m = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0 \\ 0.75 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ici, l'identification des paramètres du modèle a été réalisée de façon sommaire, avec très peu de données ($N = 50$) et en utilisant une technique de type ACP, donc reposant sur la détermination de vecteurs propres fournissant ainsi les paramètres p_1, p_2, q_1 et q_2 du modèle global. Un plus grand nombre de données permet d'obtenir des vecteurs propres beaucoup moins sensibles au bruit de mesure. A partir des modèles identifiés, la procédure de réconciliation de données et de détection de changement de modes de fonctionnement a été appliquée. En l'absence de valeurs aberrantes sur les mesures, les poids servant à l'estimation des grandeurs vraies sont tous pris égaux à 1. La Figure 1 indique (à gauche) l'évolution des variables mesurées et validées et représente (à droite) quelques composantes des vecteurs gradient, montre clairement l'instant de changement de modes, excepté pour quelques observations aux instants 15, 31 et 46. La prise en compte de contrainte de persistance des signaux créés permet de s'affranchir facilement de ces artefacts transitoires.

6.2. Données avec valeurs aberrantes

Trois défauts ont été ajoutés aux variables (Table 2) ainsi qu'un bruit issu d'un générateur de type gaussien.

Le changement de modes est toujours réalisé à l'instant 25. Les paramètres du modèle global, identifiés à partir des données sans défaut, prenant en compte les deux modes de fonctionnement, conduisent aux matrices définies en (11) et (18).

La technique de détection de défaut de la section 4.3 a été mise en œuvre, grâce à l'évaluation numérique des résidus de ~~24~~ modèle comparés ensuite aux signatures

Table 2: Défauts de type biais

	y_1	y_2	x
Début défaut	5	20	40
Fin défaut	9	24	44
Amplitude	-4	4	5

théoriques de présence de défauts (Table 1). Cette analyse a été réalisée pour chaque observation de la matrice X , permettant ainsi d'ajuster la matrice des poids W pour chaque calcul d'estimation des grandeurs vraies (22) selon la formulation (37).

La partie gauche de la Figure 2 met en correspondance les variables y_1 , y_2 et x , mesurées avec celles obtenues après réconciliation (section 4.1) par rapport au modèle global du système. Il est important de rappeler que la validation des données est réalisée à partir du modèle global du système, donc sans connaître les modèles relatifs à chaque mode de fonctionnement. De plus, la présence des défauts, ici de type biais, affectant les mesures, ne nuit pas à la validation. En effet

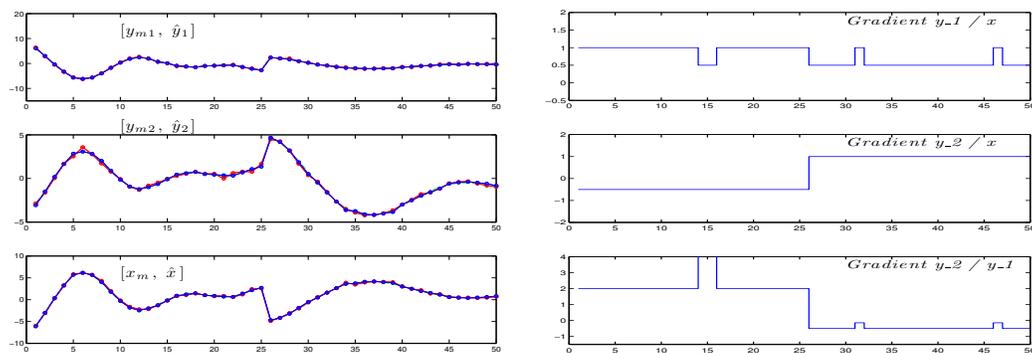


Figure 1: De haut en bas : mesures (en rouge) et estimés (en bleu) de y_1 , y_2 et x (à gauche) ; résidus de modèles et mise en évidence du changement de modes à l'instant 25 (à droite).

les défauts sont clairement identifiés et estimés par comparaison des mesures et estimées des variables.

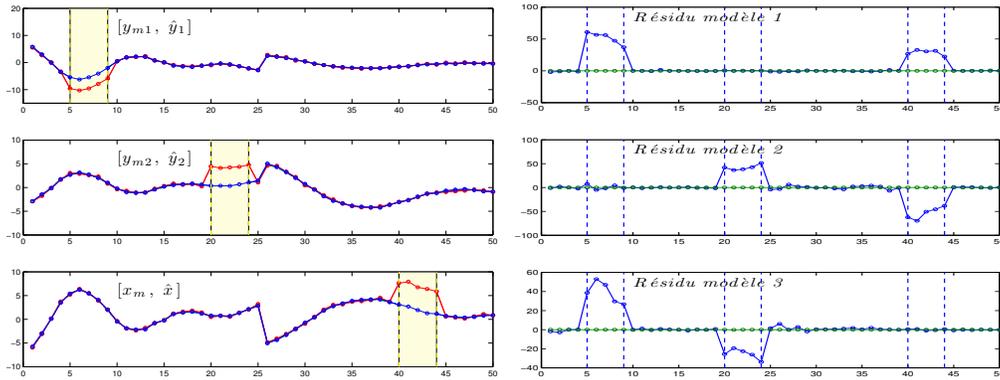


Figure 2: Mesures et estimées (à gauche) – Résidus de modèles (à droite)

La partie droite de la Figure 2 permet de visualiser les résidus évalués, d'une part, à partir des mesures (lorsqu'ils diffèrent de la valeur 0, ils mettent en évidence les valeurs aberrantes) et, d'autre part, à partir des estimés (lorsqu'ils diffèrent de 0, ils témoignent de la bonne reconstruction des variables). L'examen de ces résidus montre clairement que les défauts sont détectés et localisés, la localisation étant rendue possible par les signatures des défauts (Table 1) : le défaut sur y_1 affecte les résidus r_1 et r_3 , le défaut sur y_2 affecte les résidus r_2 et r_3 , et le défaut sur x affecte les résidus r_1 et r_2 .

La partie gauche de la Figure 3 est une déduction directe des résultats de la Figure 2. Elle représente les écarts entre les mesures et les estimés. Il est important de noter que, lorsque les défauts sont présents, les termes correctifs affectent uniquement les variables en défaut, sans corriger abusivement celles exemptes de défauts.

La partie droite de la Figure 3 montre l'évolution du vecteur gradient des trois

résidus. En dépit de quelques artefacts aux instants 4, 15, 22, 32 et 47, la détection de changement de régimes est clairement effectuée à l'instant 25.

Les Figures 2 et 3 traduisent toutes la présence des défauts et leurs localisation. Un indicateur logique combinant les signaux de ces trois figures peut être construit.

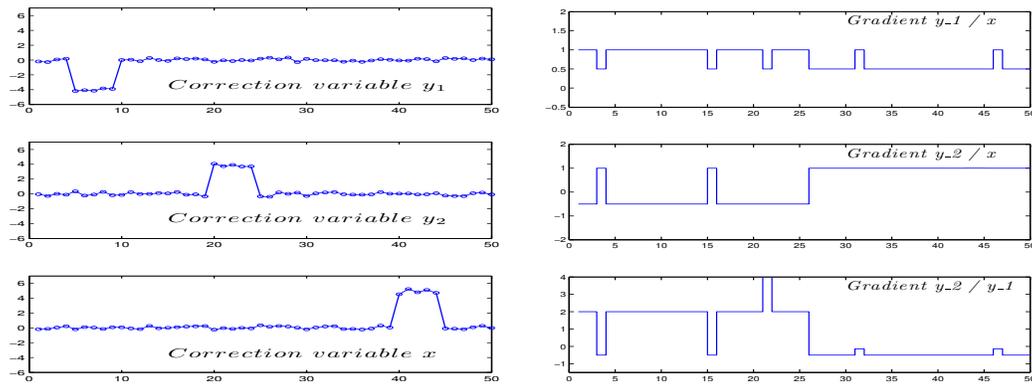


Figure 3: Termes correctifs (à gauche) et gradient des résidus (à droite)

7. Conclusion

La stratégie de reconnaissance de mode actif d'un système a été présentée dans un cadre sans doute un peu restrictif, en raison des hypothèses adoptées notamment celle relative à un comportement linéaire du système. Elle constitue cependant une approche originale s'inscrivant dans la démarche générale de surveillance des systèmes. L'approche proposée est basée sur l'analyse des données issues des capteurs, ces données étant relatives aux différents modes de fonctionnement du système, sans toutefois connaître le mode de fonctionnement auquel appartiennent les différentes données. On est donc dans une approche aveugle où il faut

découvrir à quel mode de fonctionnement une donnée doit être attribuée, ce mode n'ayant pas été préalablement identifié.

Insistons sur le fait que cette approche ne nécessite pas l'identification des modèles locaux des modes de fonctionnement, mais est basée sur l'identification du modèle global regroupant de façon multiplicative les modèles locaux. La détermination du mode de fonctionnement à chaque instant, et donc la détection de changement de modes éventuel, repose sur l'analyse de sensibilité du modèle global par rapport aux variables du système.

L'application numérique présentée sur un exemple très simple a l'avantage de montrer la mise en œuvre du principe de reconnaissance de mode. Certaines des hypothèses utilisées ne portent pas atteinte à la généralité et sont faciles à lever. C'est le cas du nombre de modes de fonctionnement à considérer et de la dimension des modèles locaux qui conditionne celle du modèle global.

Cependant, un point important, pour lequel des développements ultérieurs s'avèrent plus délicats, mais tout à fait réalistes, est l'analyse quantitative de l'influence des erreurs de mesure sur la détermination du mode actif. La clef de cette analyse réside probablement dans la définition d'un indicateur prenant en compte simultanément une distance entre modes de fonctionnement et la borne supérieure de l'amplitude des erreurs ou bruits de mesure. La richesse des données disponibles et leur nombre sont également des paramètres dont l'influence sur la reconnaissance de mode devra être analysée de façon quantitative.

[1] D. Hinkley, Inference about the change point from cumulative sum tests, *Biometrika* 58 (1971) 509–523.

[2] H. Laurent, C. Doncarli, Abrupt changes detection in the time-frequency

- plane., in: IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, Paris, France, 1996, pp. 285–288.
- [3] F. Gustafsson, Adaptive Filtering and Change Detection, 2000.
- [4] K. Pekpe, G. Mourot, K. Gasso, J. Ragot, Identification of switching systems using change detection technique in the subspace framework, in: Conference on Decision and Control, Vol. 4, 2004, pp. 3720–3725.
- [5] J. Ragot, A. Hocine, D. Maquin, Parameter estimation of switching systems, in: International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation,, Gold Coast, Australie, 2004.
- [6] E. Domlan, B. Huang, J. Ragot, D. Maquin, Robust identification of switched regression models, IET Control Theory and Applications 3 (12) (2009) 1578–1590.
- [7] B. Azimi-Sadjadi, P. Krishnaprasadz, Change detection for nonlinear systems; a particle filtering approach, EURASIP Journal on Applied Signal Processing 15 (2004) 2295–2305.
- [8] L. Belkoura, Change point detection with application to the identification of a switching process, in: International conference on systems theory : Modelling, Analysis and Control, Fes, Morocco, 2009.
URL <https://hal.inria.fr/inria-00363679>
- [9] I. Jolliffe, Principal component analysis, Springer, 2005.
- [10] A. Benaicha, G. Mourot, M. Guerfel, K. Benothman, J. Ragot, A new method for determining PCA models for system diagnosis, in: 18th Mediter-

ranean Conference on Control and Automation, MED'10, Marrakech, Morocco, 2010, p. CDROM.

- [11] A. Benaïcha, G. Mourot, K. Benothman, J. Ragot, Determination of principal component analysis models for sensor fault detection and isolation, *International Journal of Control, Automation and Systems* 11 (2) (2013) 296–305.
- [12] A. A. Nielsen, M. J. Canty, Kernel principal component and maximum autocorrelation factor analyses for change detection, in: *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 7477 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 2009.
- [13] M. Kallas, G. Mourot, D. Maquin, J. Ragot, Fault estimation of nonlinear processes using kernel principal component analysis, in: *14th European Control Conference*, Linz, Austria, 2015.
- [14] S. Chib, Estimation and comparison of multiple change-point models, *Journal of Econometrics* 86 (2) (1998) 221 – 241.
- [15] M. Bildirici, O. Ersin, Modeling markov switching ARMA-GARCH neural networks models and an application to forecasting stock returns, *The Scientific World Journal* 2014 (2014) 1–21.
- [16] X. Zhu, Y. Xie, J. Li, D. Wu, Change point detection for subprime crisis in american banking: From the perspective of risk dependence, *International Review of Economics & Finance* 8 (2015) 18–28.

- [17] N. Mantua, Methods for detecting regime shifts in large marine ecosystems: a review with approaches applied to north pacific data, *Progress in Oceanography* 60 (2004) 165–182.
- [18] S. Adar, Y. Shkolnisky, E. Ben-Dor, Change detection of soils under small-scale laboratory conditions using imaging spectroscopy sensors, *Geoderma* 216 (2014) 19–29. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2013.10.017>.
- [19] N. Chithra, S. G. Thampi, Detection and attribution of climate change signals in precipitation in the chaliyar river basin, kerala, india, *Aquatic Procedia* 4 (2015) 755 – 763.
- [20] C. Tarantino, M. Adamo, P. Lucas, R. Blonda, Detection of changes in semi-natural grasslands by cross correlation analysis with worldview-2 images and new landsat 8 data., *Remote Sensing of Environment*, 175 (2016) 65–72.
- [21] M. Celtin, G. Comert, Short-term traffic flow prediction with regime switching models, *Journal of the Transportation Research Board* 1965 (2006) 23–31.
- [22] J. Hub, B. de Groot, Detection of functional modes in protein dynamics, *PLoS Computational Biology* 5 (8).
- [23] G. Rigatos, E. Rigatou, Change detection in the dynamics of an intracellular protein synthesis model using nonlinear Kalman filtering, *9th IFAC Symposium on Biological and Medical Systems* 48 (20) (2015) 267 – 272. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.10.150>.

- [24] M. Martínez-Beneito, D. Conesa, A. López-Quílez, A. López-Maside, Bayesian markov switching models for the early detection of influenza epidemic, *Statistics in Medicine* 27 (22).
- [25] P. Hayton, S. Utete, D. King, S. King, P. Anuzis, L. Tarassenko, Static and dynamic novelty detection methods for jet engine health monitoring, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 1851 (2007) 493–514.
- [26] L. Mc Elroya, J. Baoa, R. Yangb, A. Yub, A soft-sensor approach to flow regime detection for milling processes, *Powder Technology* 188 (3) (2008) 234–241.
- [27] I. Hwang, H. Balakrishnan, C. Tomlin, State estimation for hybrid systems: applications to aircraft tracking, *IEE Proceedings of Control Theory and Applications* 153 (5) (2007) 556–566.
- [28] L. Bazart, D. Maquin, A. Khelassi, B. Bèle, J. Ragot, Operating mode recognition: Application in continuous casting, in: 2nd International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'13, Nice, France, 2013, p. CDROM.
- [29] Y. Chetouani, Change detection in a distillation column based on the generalized likelihood ratio approach, *Journal of Chemical Engineering and Process Technology* 2 (5) (2011) 1–6.
- [30] K. Koyama, K. Watanabe, K. Kobayashi, Y. Kurihara, A multi-variable detecting sensor and its application., in: SICE-ICASE International Joint Conference, 2006.

[31] J. Ragot, M. Darouach, D. Maquin, G. Bloch, Validation de données par équilibrage de bilan, Hermès, Paris, France, 1990.