

Traitement du signal

Espaces vectoriels de signaux

El-Hadi Djermoune

3 février 2026

Université de Lorraine
Faculté des Sciences et Technologies
L3 Sciences Pour l'Ingénieur

CRAN UL CNRS – département BioSiS
Bureau: 422, Bât. Henri Poincaré 4^e étage
email: el-hadi.djermoune@univ-lorraine.fr

Les signaux vus comme des vecteurs

Normes sur les espaces de signaux

Produit scalaire

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

Les signaux vus comme des vecteurs

- Les signaux à temps continu (ou discret) sont des **fonctions** (ou suites).
- Ils peuvent aussi être considérés comme des **vecteurs** et sont alors des éléments d'espaces vectoriels linéaires :

la somme de deux éléments de l'espace ($x + y$) ou
le produit d'un élément de l'espace par un scalaire (αx)

sont également dans l'espace considéré.

- **Exemple** : une table de mixage permet de mélanger des sources sonores provenant de différents instruments par combinaison linéaire.

L'interprétation vectorielle donne accès aux outils de l'algèbre linéaire qui facilitent :

- l'analyse
- le développement de méthodes de traitement du signal
- l'accès à des interprétations géométriques

Notations usuelles :

- $L(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps continu
- $\ell(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret
- $\ell^2(I)$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret d'énergie finie sur un intervalle (de temps) I de $\mathbb{R}$

Les signaux vus comme des vecteurs

- Les signaux à temps continu (ou discret) sont des **fonctions** (ou suites).
- Ils peuvent aussi être considérés comme des **vecteurs** et sont alors des éléments d'espaces vectoriels linéaires :

la somme de deux éléments de l'espace ($x + y$) ou
le produit d'un élément de l'espace par un scalaire (αx)

sont également dans l'espace considéré.

- **Exemple** : une table de mixage permet de mélanger des sources sonores provenant de différents instruments par combinaison linéaire.

L'interprétation vectorielle donne accès aux outils de l'algèbre linéaire qui facilitent :

- l'analyse
- le développement de méthodes de traitement du signal
- l'accès à des interprétations géométriques

Notations usuelles :

- $L(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps continu
- $\ell(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret
- $\ell^2(I)$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret d'énergie finie sur un intervalle (de temps) I de $\mathbb{R}$

Les signaux vus comme des vecteurs

- Les signaux à temps continu (ou discret) sont des **fonctions** (ou suites).
- Ils peuvent aussi être considérés comme des **vecteurs** et sont alors des éléments d'espaces vectoriels linéaires :

la somme de deux éléments de l'espace ($x + y$) ou
le produit d'un élément de l'espace par un scalaire (αx)

sont également dans l'espace considéré.

- **Exemple** : une table de mixage permet de mélanger des sources sonores provenant de différents instruments par combinaison linéaire.

L'interprétation vectorielle donne accès aux outils de l'algèbre linéaire qui facilitent :

- l'analyse
- le développement de méthodes de traitement du signal
- l'accès à des interprétations géométriques

Notations usuelles :

- $L(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps continu
- $\ell(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret
- $\ell^2(I)$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret d'énergie finie sur un intervalle (de temps) I de $\mathbb{R}$

Les signaux vus comme des vecteurs

- Les signaux à temps continu (ou discret) sont des **fonctions** (ou suites).
- Ils peuvent aussi être considérés comme des **vecteurs** et sont alors des éléments d'espaces vectoriels linéaires :

la somme de deux éléments de l'espace ($\mathbf{x} + \mathbf{y}$) ou
le produit d'un élément de l'espace par un scalaire ($\alpha \mathbf{x}$)

sont également dans l'espace considéré.

- **Exemple** : une table de mixage permet de mélanger des sources sonores provenant de différents instruments par combinaison linéaire.

L'interprétation vectorielle donne accès aux outils de l'algèbre linéaire qui facilitent :

- l'analyse
- le développement de méthodes de traitement du signal
- l'accès à des interprétations géométriques

Notations usuelles :

- $L(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps continu
- $\ell(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret
- $\ell^2(I)$ désigne l'ensemble des signaux à temps discret d'énergie finie sur un intervalle (de temps) I de $\mathbb{R}$

Les signaux vus comme des vecteurs

Normes sur les espaces de signaux

Produit scalaire

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

Normes sur les espaces de signaux

Propriétés d'une norme (généralisation de la notion de longueur)

La norme $\|x\|$ d'un signal x respecte les propriétés suivantes :

1. $\|x\| \geq 0$
2. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ (inégalité triangulaire)
3. $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$

Norme p en TD

et en TC

$$\|x\|_p = \begin{cases} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |x[k]|^p \right)^{1/p}, & 1 \leq p < \infty \\ \sup_{k \in \mathbb{Z}} |x[k]|, & p = \infty \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^p dt \right)^{1/p} \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |x(t)| \end{cases}$$

- amplitude maximale (extremum) du signal : $\|x\|_\infty$
- énergie du signal : $E_x = \|x\|_2^2$
- $\|x - y\|_p$: distance entre 2 signaux x et y , mesure de dissemblance utile pour la détection, la reconnaissance de formes, l'écart à une trajectoire de référence, ...

Propriétés d'une norme (généralisation de la notion de longueur)

La norme $\|x\|$ d'un signal x respecte les propriétés suivantes :

1. $\|x\| \geq 0$
2. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ (inégalité triangulaire)
3. $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$

Norme p en TD

et en TC

$$\|x\|_p = \begin{cases} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |x[k]|^p \right)^{1/p}, & 1 \leq p < \infty \\ \sup_{k \in \mathbb{Z}} |x[k]|, & p = \infty \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^p dt \right)^{1/p} \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |x(t)| \end{cases}$$

Exercice : Soit un signal $x = [-3 \ 2 \ 1]$, calculer $\|x\|_2$, $\|x\|_1$, $\|x\|_\infty$.

Les signaux vus comme des vecteurs

Normes sur les espaces de signaux

Produit scalaire

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

- ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.

Exercice 1 : Calculer le produit scalaire entre les vecteurs

$$x_a = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

- ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.

Exercice 1 : Calculer le produit scalaire entre les vecteurs

$$x_a = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Exercice 2 : Représenter les vecteurs $x_b = \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$ et $y_b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2j \end{bmatrix}$ dans le plan complexe et calculer leur produit scalaire.

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

- ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.

Exercice 1 : Calculer le produit scalaire entre les vecteurs

$$x_a = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Exercice 3 : Calculer le produit scalaire entre les vecteurs y_a et $x_c = \begin{bmatrix} 1+j \\ j \\ 1-j \end{bmatrix}$.

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.
- expression de l'énergie et relation entre produit scalaire et norme 2 :

$$E_x = \|x\|_2^2 = \langle x, x \rangle \quad \text{Matlab: } x'*x \quad (\text{pour un vecteur colonne})$$

Produit scalaire

Comme les espaces de signaux évoqués précédemment sont des espaces vectoriels il est possible de définir un produit scalaire (*inner product*) :

- en temps discret

$$\langle x, y \rangle = \langle x, y^* \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y^*[k]$$

- ou en temps continu

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt$$

où y^* désigne le signal complexe conjugué de y .

- propriété de symétrie hermitienne : $\langle x, y^* \rangle = \langle x^*, y \rangle^*$.
- expression de l'énergie et relation entre produit scalaire et norme 2 :

$$E_x = \|x\|_2^2 = \langle x, x \rangle \quad \text{Matlab: } x'*x \quad (\text{pour un vecteur colonne})$$

- deux signaux x et y sont orthogonaux si et seulement si $\langle x, y \rangle = 0$.

Remarque : deux signaux orthogonaux dans l'espace vectoriel $L^2(I)$ ne le sont pas nécessairement sur tout autre intervalle.

Les signaux vus comme des vecteurs

Normes sur les espaces de signaux

Produit scalaire

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Un concept majeur en *traitement du signal* consiste à considérer un signal $x(t)$ comme un élément (vecteur) d'un espace vectoriel.
- Cet espace vectoriel est engendré par une famille de signaux (fonctions) linéairement indépendants $\psi_n(t)$ qui constituent la base de l'espace vectoriel.
- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Le nombre d'éléments constituant la base correspond à la dimension de l'espace vectoriel : cette dimension peut être *finie* ou *infinie*. Il existe une infinité de bases possibles.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Un concept majeur en *traitement du signal* consiste à considérer un signal $x(t)$ comme un élément (vecteur) d'un espace vectoriel.
- Cet espace vectoriel est engendré par une famille de signaux (fonctions) linéairement indépendants $\psi_n(t)$ qui constituent la base de l'espace vectoriel.
- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Le nombre d'éléments constituant la base correspond à la dimension de l'espace vectoriel : cette dimension peut être *finie* ou *infinie*. Il existe une infinité de bases possibles.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Un concept majeur en *traitement du signal* consiste à considérer un signal $\mathbf{x}(t)$ comme un élément (vecteur) d'un espace vectoriel.
- Cet espace vectoriel est engendré par une famille de signaux (fonctions) linéairement indépendants $\psi_n(t)$ qui constituent la base de l'espace vectoriel.
- Tout signal $\mathbf{x}(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Le nombre d'éléments constituant la base correspond à la dimension de l'espace vectoriel : cette dimension peut être *finie* ou *infinie*. Il existe une infinité de bases possibles.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Un concept majeur en *traitement du signal* consiste à considérer un signal $\mathbf{x}(t)$ comme un élément (vecteur) d'un espace vectoriel.
- Cet espace vectoriel est engendré par une famille de signaux (fonctions) linéairement indépendants $\psi_n(t)$ qui constituent la base de l'espace vectoriel.
- Tout signal $\mathbf{x}(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Le nombre d'éléments constituant la base correspond à la dimension de l'espace vectoriel : cette dimension peut être *finie* ou *infinie*. Il existe une infinité de bases possibles.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Illustration (hors traitement du signal) : décomposition d'un nombre réel en base 10

$$\begin{aligned} 834 &= 8 \times 10^2 && \leftarrow \psi_2 \\ &= 3 \times 10^1 && \leftarrow \psi_1 \\ &= 4 \times 10^0 && \leftarrow \psi_0 \end{aligned}$$

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

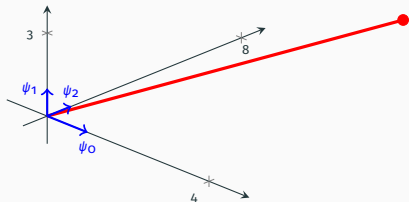
- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Illustration (hors traitement du signal) : décomposition d'un nombre réel en base 10

$$\begin{aligned} 834 &= 8 \times 10^2 && \leftarrow \psi_2 \\ &= 3 \times 10^1 && \leftarrow \psi_1 \\ &= 4 \times 10^0 && \leftarrow \psi_0 \end{aligned}$$



Décomposition d'un signal sur une base de fonctions

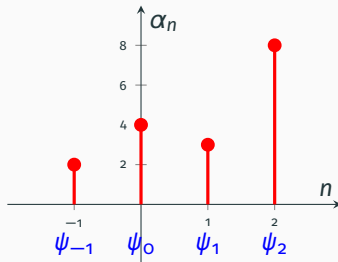
- Tout signal $x(t)$ peut alors s'écrire de façon unique comme une combinaison linéaire des signaux $\psi_n(t)$ constituant la base :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \psi_n(t)$$

où $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ représentent les coordonnées du signal dans la base considérée.

- Illustration (hors traitement du signal) : décomposition d'un nombre réel en base 10

$$\begin{aligned} 834.2 &= 8 \times 10^2 && \leftarrow \psi_2 \\ &= 3 \times 10^1 && \leftarrow \psi_1 \\ &= 4 \times 10^0 && \leftarrow \psi_0 \\ &= 2 \times 10^{-1} && \leftarrow \psi_{-1} \end{aligned}$$



Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

- Illustration (en discret) : $\psi_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\psi_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\alpha_0 = \frac{1}{\|\psi_0\|_2^2} \langle x, \psi_0 \rangle = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\|\psi_1\|_2^2} \langle x, \psi_1 \rangle = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

$$x = 2\psi_0 + 1\psi_1$$

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

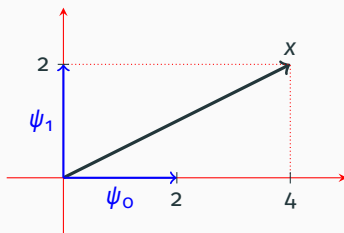
$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

- Illustration (en discret) : $\psi_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\psi_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\alpha_0 = \frac{1}{\|\psi_0\|_2^2} \langle x, \psi_0 \rangle = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\|\psi_1\|_2^2} \langle x, \psi_1 \rangle = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

$$x = 2\psi_0 + 1\psi_1$$



Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Différentes bases de fonctions orthogonales en TC ou en TD

- signaux de Kronecker : $\psi_n[k] = \delta[k - n]$
 - polynômes orthogonaux : Legendre, Laguerre, Hermite
 - fonctions de Walsh, ondelettes de Haar
 - Fourier : exponentielles complexes = fonctions propres des SLI
-
- Les techniques de modulation numérique, utilisées dans les réseaux de télévision ou de téléphonie (TNT, 4G) sont fondées sur l'orthogonalité des nombreuses sous-porteuses constituant le signal.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Différentes bases de fonctions orthogonales en TC ou en TD

- signaux de Kronecker : $\psi_n[k] = \delta[k - n]$
 - polynômes orthogonaux : Legendre, Laguerre, Hermite
 - fonctions de Walsh, ondelettes de Haar
 - **Fourier : exponentielles complexes = fonctions propres des SLI**
-
- Les techniques de modulation numérique, utilisées dans les réseaux de télévision ou de téléphonie (TNT, 4G) sont fondées sur l'orthogonalité des nombreuses sous-porteuses constituant le signal.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Différentes bases de fonctions orthogonales en TC ou en TD

- signaux de Kronecker : $\psi_n[k] = \delta[k - n]$
 - polynômes orthogonaux : Legendre, Laguerre, Hermite
 - fonctions de Walsh, ondelettes de Haar
 - Fourier : exponentielles complexes = fonctions propres des SLI
-
- Les techniques de modulation numérique, utilisées dans les réseaux de télévision ou de téléphonie (TNT, 4G) sont fondées sur l'orthogonalité des nombreuses sous-porteuses constituant le signal.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Différentes bases de fonctions orthogonales en TC ou en TD

- signaux de Kronecker : $\psi_n[k] = \delta[k - n]$
 - polynômes orthogonaux : Legendre, Laguerre, Hermite
 - fonctions de Walsh, ondelettes de Haar
 - **Fourier : exponentielles complexes = fonctions propres des SLI**
-
- Les techniques de modulation numérique, utilisées dans les réseaux de télévision ou de téléphonie (TNT, 4G) sont fondées sur l'orthogonalité des nombreuses sous-porteuses constituant le signal.

Décomposition d'un signal sur une base de fonctions orthogonales

- Lorsque les signaux $\psi_n(t)$ de la base sont **orthogonaux** entre eux, les coordonnées α_n de la décomposition du signal $x(t)$ sur cette base sont données par le produit scalaire

$$\alpha_n = \frac{1}{\|\psi_n(t)\|_2^2} \langle x(t), \psi_n(t) \rangle$$

Différentes bases de fonctions orthogonales en TC ou en TD

- signaux de Kronecker : $\psi_n[k] = \delta[k - n]$
 - polynômes orthogonaux : Legendre, Laguerre, Hermite
 - fonctions de Walsh, ondelettes de Haar
 - **Fourier : exponentielles complexes = fonctions propres des SLI**
-
- Les techniques de modulation numérique, utilisées dans les réseaux de télévision ou de téléphonie (TNT, 4G) sont fondées sur l'orthogonalité des nombreuses sous-porteuses constituant le signal.

- **Charles Hermite** (1822-1901, Médaille Faraday) est un mathématicien français, né à Dieuze en Lorraine.
- Ses travaux concernent surtout la théorie des nombres, les formes quadratiques, les polynômes orthogonaux, les fonctions elliptiques et les équations différentielles.
- Il est aussi connu comme l'un des premiers à utiliser les matrices.
- Plusieurs notions mathématiques sont qualifiées d'hermitiennes (symétrie hermitienne, matrice hermitienne). Ainsi une matrice **A** est dite hermitienne si elle est égale à **A*** qui est la matrice transposée et conjuguée de **A**.

